PRICING DE BONOS Y ESTIMACIÓN DE CURVA DE RENDIMIENTO APLICANDO *BOOTSTRAPPING* CON CÁLCULO MATRICIAL

Gastón S. Milanesi[1]

Fecha de recepción: 13/10/2025
Fecha de aceptación: 15/11/2025

RESUMEN

El rendimiento exigido a un instrumento de renta fija (bono) es función del plazo de vencimiento. En efecto, a diferentes plazos diferentes tasas de interés devengadas por dichos activos. El presente trabajo propone revisar los principales conceptos vinculados a la ETTI y las herramientas para su derivación. Dado el enfoque instrumental serán enunciadas las teorías y modelos seminales, poniendo énfasis en las herramientas empleadas a partir de precios de mercado. Será analizada la estimación de tasas spots y forwards a partir de la metodología de *bootstrapping* con cálculo matricial. La ETTI permite determinar el valor tiempo del dinero, el cual no es constante, si no que se encuentra asociados a la duración, expectativa y riesgo contenido en los instrumentos negociados en el mercado de renta fija.

Palabras clave: Rendimientos, Renta fija, Estructura temporal, Tipo de interés.

ABSTRACT

The required return on a fixed-income instrument (bond) is a function of its maturity. In effect, different maturities yield different interest rates for these assets. This paper proposes to review the main concepts related to the Time Value of Investment (TVI) and the tools for its derivation. Given the instrumental approach, the seminal theories and models will be presented, emphasizing the tools used based on market prices. The estimation of spot and forward rates will be analyzed using the bootstrapping methodology with matrix calculations. The TVI allows us to determine the time value of money, which is not constant but rather associated with the duration, expected value, and inherent risk of the instruments traded in the fixed-income market.

Keywords: Returns, Fixed income, Term structure, Interest rate.

[1] Doctor en Administración, Profesor Titular, Universidad Nacional del Sur.
Correo electrónico: **milanesi@uns.edu.ar** ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1759-6448

1. INTRODUCCIÓN

El rendimiento exigido a un instrumento de renta fija (bono) es función del plazo de vencimiento. En efecto, a diferentes plazos diferentes tasas de interés devengadas por dichos activos. Un error común en los practicantes es suponer que la valuación o *pricing* del bono se realiza a la TIR (tasa interna de retorno)[2]. Cada flujo de fondos del bono, representado por el cupón y la amortización, se originan en diferentes horizontes de tiempo a los cuales les corresponde una tasa de interés esperada. Consecuentemente se debe contar con un marco conceptual que permita inferir, a través de la información de mercado, la forma y nivel de tasas esperadas para diferentes horizontes de tiempo. La herramienta que brinda respuesta a la necesidad aludida es conocida con el nombre de Estructura Temporal de los Tipos de Interés (ETTI), o también denominada, curva de rendimiento (*yied curve*). La ETTI o curva de rendimiento[3] es uno de los principales insumos en el análisis de instrumentos de renta fija, pues permite:

a) Estimar tasas spot esperadas empleadas en el *pricing* (valor) de un bono.
b) Simular elasticidad precio-tasa de interés spot esperada, a los efectos de analizar el impacto de la duración y convexidad.
c) Analizar el comportamiento del ciclo económico anticipando, decisiones de política monetaria en base a la forma de la curva (ascendente, descendente o plana).

Desde la perspectiva macroeconómica la ETTI tiene importancia por su rol de *benchmark* en la economía, ya que permite inferir expectativas de mercado, tasas de interés esperadas y en consecuencias, desarrollar estrategias de inversión a partir de sus predicciones. En el caso de mercados desarrollados la forma de la curva permite anticipar recesiones o expansiones. En el caso de Estados Unidos, la Reserva Federal (órgano regulador de la oferta monetaria, FED) fija la tasa de interés de referencia atendiendo a los movimientos esperados en la curva de rendimiento. La curva puede adoptar las formas normal o invertida[4], en este último

[2] La TIR (*yield term maturity*) es la tasa de rendimiento promedio durante la vida del activo en tanto se cumplan condiciones como: mantener en cartera el mismo al vencimiento y reinversión de cupones a la misma TIR.

[3] Será utilizado como términos intercambiables, no obstante, vale aclarar que la ETTI es la derivación teórica de las tasas *spots* (contado) esperada, conforme los procedimientos a ser analizados. A nivel profesional se emplea una relación simple, conocida como curva de rendimiento que vincula la TIR y el vencimiento del bono, explicado por la duración. Este método no permite inferir las tasas *spots* esperadas, solamente vincula rendimientos al vencimiento y duración de títulos.

[4] En el primer caso las tasas de corto plazo son inferiores a la de largo, a la inversa para el segundo caso.

caso es de esperar un ciclo recesivo. En su junta de gobernadores la FED alienta una baja de los rendimientos (recorte de tasas), generando expectativas a la baja de rendimientos con alza en el valor de los activos. Por el contrario, una curva de rendimientos positiva, indica mayores tasas a largo plazo con ciclo expansivo (Mankiw, 2006, 2012). Los mercados emergentes funcionan con otra lógica, sobre todo en el caso de Argentina. Una curva invertida indica recesión, además expectativas de default sobre títulos de deuda soberanos. En consecuencia, esta curva presenta ciertas regularidades empíricas:

a. *Forma usual ascendente*: conforme aumenta el plazo al vencimiento y la duration5 se exigen mayores rendimientos. En principio esto se debe a expectativas de tasas mayores relacionadas con primas por liquidez e inflación esperada.

b. *Ascenso de los tipos de interés en tramos cortos*: la curva presenta comportamiento ascendente. Esto es así, salvo que exista expectativa de default de bonos. En el tramo corto existe una relación positiva entre la duration y la tasa de interés. Asimismo, el precio del bono converge a su valor nominal y cotiza en estos tramos, producto de su vencimiento cercano.

c. *Mayor volatilidad precio títulos de largo plazo*: debe tenerse en cuenta que los precios de los bonos de larga plazo, por lo general, son menores a su valor par. Su mayor volatilidad, indican mayor elasticidad precio-tasa de interés, con mayor convexidad, comparado con los bonos de corto plazo.

Dada la importancia del instrumento, el presente trabajo propone revisar los principales conceptos vinculados a la ETTI y las herramientas para su derivación. Dado el enfoque instrumental serán enunciadas las teorías y modelos seminales, poniendo énfasis en las herramientas empleadas a partir de precios de mercado. Será analizada la estimación de tasas spots y forwards a partir de la metodología de *bootstrapping* con cálculo matricial. El trabajo se organiza de la siguiente manera: En la siguiente sección se reseñan las teorías clásicas que explican y fundamentan

[5] Duración (*duration*) y Convexidad, son dos medidas que permiten analizar la estructura del riesgo de precio ante variaciones en la tasa de interés. La primera se calcula a partir de la vida promedio (Duración de Macaulay), la cual representa la vida promedio del bono a partir de la relación precio-valor actual de los pagos frente a una tasa de interés. La derivada primera de la medida es conocida como duración modificada (DM) y permite analizar cambios en el precio ante variaciones infinitesimales en la tasa de interés esperada. La derivada segunda es conocida como conevexidad, y complementa a la DM, ya que adiciona los cambios en el precio para variaciones significativas en la tasa. Proyectar tasas con la ETTI permite anticipar los movimientos en precios mediante la DM y la Convexidad. Para un análisis de las medidas ver Lopez Dumrauf (2016)

la estructura de temporal de tipos de interés, como los modelos econométricos para pronosticar tasas spots esperadas. Se analiza el concepto de STRIP como instrumento cupón cero, usada en la construcción de la curva. Seguidamente se introduce el concepto de tasas contados (spot) y tasas futuras (forward) y los casos para su derivación e interpretación. En la cuarta sección se modela la derivación de la curva de rendimientos empleando la metodología de *bootstrapping* con cálculo matricial. A tales efectos se desarrolla un caso empleando las herramientas de matrices contenidas en la planilla MS Excel ®. La curva derivada es utilizada para valuar un bono *bulle*t, comparando los resultados obtenidos con la valoración tradicional mediante TIR (*flat*) y curva de rendimientos de tasa TIR, indicando las acciones de arbitraje de mercado al emplear estas alternativas frente a la ETTI. Finalmente se presentan las principales conclusiones.

2. TEORÍAS Y MODELOS QUE EXPLICAN LA ETTI

En la siguiente sección son enunciadas las teorías y los principales modelos econométricos para estimar tasas spot esperadas y construir la ETTI (Kane, 1970).

2.1. Teorías que dan fundamento a la curva de rendimientos

Existen dos corrientes que explican desde la perspectiva teórica el comportamiento de la curva de rendimientos, la teoría de las expectativas y la teoría de la segmentación de mercado.

2.1.1 Teoría de las expectativas puras (Fisher, 1930)

Se basa en las expectativas que tienen los inversores respecto del nivel de tasas de interés contado que puedan regir en el futuro. Esta teoría asume que los inversores son neutrales al riesgo y toman decisiones en base a sus expectativas.

Como consecuencia de ello, el rendimiento al vencimiento de un bono de largo plazo es igual a una serie repetidas de rendimientos de bonos de corto plazo. La tasa forward para un bono largo, es un estimador insesgado de las tasas spot esperadas, mediante su equivalente matemático.

De acuerdo con esta teoría, las tasas forward representan las tasas spot esperadas que regirán en el futuro. De allí surgen las tres formas de curva:

a) *Curva de rendimientos ascendente*s: indica que el mercado espera que las tasas de interés de corto aumenten en el futuro.

b) *Curva de rendimiento flat o constante*: el mercado espera estabilidad en las tasas

c) *Curva de rendimientos descendentes*: el mercado espera un descenso de las tasas en el futuro.

2.1.2 Teoría de la preferencia por la liquidez (Hicks, 1946)

Supone agentes económicos adversos al riesgo con preferencias por liquidez, Esto lleva a que sean preferidas las colocaciones de corto plazo. Para invertir en títulos de largo plazo se demanda un incentivo explicado por una prima por liquidez y riesgo. Entonces, el adicional por riesgo impacta en el rendimiento y precios de bonos de largo plazo, generando curvas ascendentes. La lógica de la teoría de las preferencias consiste en que las tasas forward siempre serán superiores las tasas spots que regirán en el futuro. De esta manera, las tasas futuras no serán un estimador insesgado las tasas spots futuras, puesto que las primeras siempre tendrán un premio por liquidez, que se diluye a medida que el futuro se convierte en presente.

2.1.3 Teoría de la preferencia por vencimiento (Modigliani y Sutch, 1969)

Además de las preferencias por liquidez, los inversores presentan preferencias por vencimientos. Se la conoce como teoría del "hábitat preferido", siendo este el vencimiento. El incentivo para que el inversor compre bonos con diferente vencimiento a su "hábitat" esta dado en el pago de un mayor rendimiento. Para inducir un cambio de bonos de corto a largo plazo, se debe incrementar el rendimiento de estos últimos. Consecuentemente, la pendiente de la curva de rendimientos se encuentra determinada por las expectativas futuras de tasas de interés y el premio por riesgo para motivar desplazamiento en los inversores de su hábitat. Igual que en el caso anterior, las tasas futuras dejan de ser un estimador insesgado de las tasas spot esperada, ya que contienen eventualmente las primas por los riesgos indicados.

2.1.4 Teoría de la segmentación (Culbertson, 1957)

Parte de que no existe relación entre tasas de corto, mediano y largo plazo mediante expectativas ni premios por riesgos. Al partir de agentes adversos al riesgo, supone que seleccionado el horizonte de inversión la posición se mantiene en el tiempo. Como consecuencia de ello existe una segmentación en el mercado de bonos relacionado con la negociación de títulos, según horizonte temporal. Con este enfoque se entiende que pueden coexistir diferentes tipos de tasas según el horizonte de inversión (corto y largo plazo), y que son diferentes uno de otros. Por ejemplo, los bancos comerciales pueden negociar tasas en el primer segmento, mientras que fondos de retiro negocian tasas en el segmento de largo plazo. De esta manera la curva de rendimientos es definida por la oferta y demanda de títulos en cada sector de vencimiento. La curva puede adoptar cualquier formato, por ejemplo, una curva ascendente, acontece cuando existe un exceso de oferta de fondos a corto plazo, pero con exceso de demanda de fondos a largo plazo. A la inversa con las curvas descendente, exceso de demanda de fondos de corto con exceso de oferta de fondos de largo. La curva plana se da cuando existe equilibrio entre oferta y demanda para ambos segmentos de plazos.

2.2. Modelos teóricos para determinar la curva de rendimientos

Se han desarrollado un conjunto de modelos predictivos para explicar y pronosticar el comportamiento de las tasas de interés asociadas con sus horizontes de vencimiento, siendo una de las principales herramientas de política macroeconomía empleadas por los reguladores de oferta monetaria. Excede el objetivo del presente trabajo el desarrollo de los mismo, pero cabe destacar que los modelos básicos son los de Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994), con sus posteriores mejoras y adaptaciones a mercado. Nelson y Siegel (1987) desarrollaron un modelo paramétrico de pronóstico de tasas, suponiendo que las tasas forward representan la solución a una ecuación diferencial de segundo orden con raíces iguales y repetidas. Su punto de partida son las tasas forward, siendo su estructura la siguiente;

$$f_1 = \beta_0 + \beta_1 e\left(-\frac{1}{\lambda_t}\right) + \beta_2 \frac{1}{\lambda_t} e\left(-\frac{1}{\lambda_t}\right) \quad \text{(Ec.1)}$$

Si el plazo *t* tiende a infinito, el valor de la expresión $\left(-\frac{1}{\lambda_t}\right)$ tiende a cero, desapareciendo el segundo y tercer término, quedando la siguiente expresión,

$$f_0 - \beta_0 = \beta_1 \quad \text{(Ec.2)}$$

Siendo f_0 la tasa forward instantánea, β_0 representa el nivel de tasa de interés de largo plazo, siendo siempre positivo y constante. Este parámetro recoge solamente desplazamientos paralelos a la curva. La suma de los parámetro $\beta_0 + \beta_1$ refleja de la tasa de interés a corto plazo. A partir del parámetro β se representa el comportamiento de la tasa forward en el largo plazo. Este representa la pendiente de la curva de rendimientos, ya que es el diferencial entre la tasa forward instantánea y la de largo plazo $(f_0 - \beta_0)$. Obteniendo las tasas forward se pueden estimar las tasas spots esperadas. Asimismo, el modelo presenta dos parámetros adicionales que son β_2 y λ_t. Estos describen la curvatura de la función en el tramo de vencimientos medios.

El modelo de Svensson (1994) perfecciona al anterior describiendo con mayor precisión la forma de la curvatura de la función de rendimiento. Agrega dos parámetros β_3 y λ_2 para explicar la curvatura de la función en los tramos intermedios (la curvatura es controlada por los parámetros β_2, β_3 , λ_t y λ_2) La expresión analítica del modelo es la siguiente,

$$f_1 = \beta_0 + \beta_1 e\left(-\frac{1}{\lambda_t}\right) + \beta_2 \frac{1}{\lambda_t} e\left(-\frac{1}{\lambda_t}\right) + \beta_3 \frac{1}{\lambda_2} e\left(-\frac{1}{\lambda_2}\right) \qquad \text{(Ec.3)}$$

Integrando la ecuación precedente, se obtienen la expresión para estimar las tasas spot para cada periodo,

$$i_t = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2)\frac{t}{t}\left[1 - e\left(-\frac{}{\lambda_t}\right)\right] + \beta_2 e - \left(\frac{}{\lambda_t}\right) + \beta_3 \frac{2}{t}\left[1 - e\left(-\frac{}{\lambda_t}\right)\right] - \beta_3 e\left(-\frac{}{\lambda_2}\right) \qquad \text{(Ec.4)}$$

3. TASAS SPOT Y FORWARD

En la presente sección serán desarrollados y ejemplificados los conceptos de tasa spot y forward. Las primeras constituyen los insumos para estimar la curva de rendimientos. Cabe recordar que hasta ahora, cada vez que se valora un bono se empleaba una única tasa, su TIR. Se parte del supuesto que la tasa contempla un premio apropiado por el riesgo compuesto por la *duration*, liquidez y calificación crediticia. No obstante, esto es un error puesto que la TIR no representa la tasa de interés contado esperada vinculada a cada plazo. Para valorar correctamente un bono, cada flujo de caja debe ser descontado a la tasa de interés apropiada para cada período, como si cada pago fuera un bono cupón cero. Si el precio del bono fuera distinto a la suma de los valores actuales de todos los componentes cupón cero (pagos del bono), se generaría una oportunidad de arbitraje. Esta consistiría en separar los cupones, venderlos por separado, obteniendo una ganancia por diferencia entre la suma de los cupones negociados y el precio del bono.

El procedimiento de desvincular los cupones de un bono americano y negociarlo como cupón cero, data de mediados de la década del ochenta, siglo XX en Estados Unidos. La FED emite bonos cupón cero como las letras de tesorería (*T-bills*), cuyas emisiones llegan a un plazo máximo de un año. Sin embargo, existen otros bonos cupón cero con vencimiento mayor a un año. En realidad, los bancos de inversión fueron los pioneros en crear los bonos cupón cero conocidos como *trademarks* *securities.* Unos años después, la FED creo el programa STRIPS[6]. Estos son bonos cupón cero que tienen como garantía bonos y notas emitidos por la tesorería. Los *U.S. zero-coupon* STRIPS permiten invertir en cupones de interés y el principal de las los *T-bonds* como si fueran títulos separados. Los agentes de colación vinculados al emisor (Gobierno) invierten en *T-bonds* para crear los STRIPS. Esto son negociados debido a la demanda de inversores institucionales en la gestión y objetivos de armado de carteras. Por lo tanto, más allá del año, los STRIPS son los insumos para estimar tasas spots esperadas y construir curvas de rendimientos. No obstante, puede ocurrir que existan horizontes temporales sin STRIPS, por ende, para derivar la curva se debe recurrir a la metodología del *bootstrapping*. Previo a su desarrollo, será introducido el concepto de tasa spot y forward.

3.1. Tasa contado o spot

En la práctica la curva de rendimientos se determina a partir de bonos cupón cero. Estos representan en el corto plazo la tasa de interés contado o conocida como spot. Un bono cupón cero se caracteriza por pagar un precio a descuento y recibir el capital más el interés al final de la vida del bono.

Caso: hoy se invierte en un bono cupón cero (una *T-bill* del tesoro de EE. UU.) por $98,04, con vencimiento dentro de un semestre. Cuando se produzca el rescate por el valor nominal se obtienen $100; su rendimiento viene dado por la siguiente ecuación:

$$\$98.04 = \frac{\$100}{(1+i_1)} \qquad \text{(Ec.5)}$$

La tasa implícita del bono representa la tasa *spot* del primer semestre: i_1=2%. Las tasas *spot* cotizan en términos anuales. Cómo práctica de mercado simplemente se las multiplica por los periodos (en este caso 2) a la tasa semestral[7]. Tasa *spot* del primer semestre anualizada: 2% x 2= 4%. Asimismo, se invierte en un bono cupón cero con vencimiento en un año por $95,88. Significa que su "tasa *spot* del segundo semestre" es del 2,125%. Esta es nuevamente, la tasa que iguala el valor presente del valor nominal con el precio:

$$\$95.88 = \frac{\$100}{(1+i_2)^2} \qquad \text{(Ec.6)}$$

Consecuentemente la tasa *spot* correspondiente al segundo semestre es i_2 =2,125%, anualizada arroja un 4,25%.

6 STRIPS=*Separated Trading of Registered Interest and Principal of Securities*

7 Técnicamente corresponde calcular el equivalente efectivo anual (1+is)2-1=ia

3.2. Tasa futura o forward

A partir de las tasas *spot* para diferentes plazos, se puede inferir la tasa que los participantes del mercado esperan que rija en el futuro. A esta tasa se la conoce como tasa forward o futura, y representa una tasa de consenso en el mercado. Surge y se deriva de la tasa contado, continuando con el caso anterior se procederá a ejemplificar su determinación.

Caso: Existen dos alternativas de inversión:

a. Invertir en un bono cupón cero con vencimiento a un año.
b. Invertir en un bono cupón cero con vencimiento en un semestre, y luego renovar la inversión comprando otro bono cupón cero por otro semestre.

En la alternativa a), el rendimiento es conocido con certeza; el bono cupón cero se adquiere por $95,88 y al vencimiento se recibe el valor nominal por $100. El rendimiento a un año es:

$$(1+i_2)^2 = (1+0.02125)^2 = 1.043 \qquad \text{(Ec.7)}$$

En la alternativa b), el dinero sería invertido por un semestre y luego sería reinvertido por otro semestre, a la tasa futura (forward) que rija en el segundo semestre, denominada como *f*. El monto al cabo de un año sería:

$$(1+i_1)(1+f) = (1+0.02)(1+f) \qquad \text{(Ec.8)}$$

La tasa futura deber ser una tasa de indiferencia, caso contrario existen posibilidades de arbitraje. En este caso, el inversor sería indiferente entre las dos alternativas si el monto al cabo de un año fuera el mismo. Por lo tanto, existe una tasa implícita en el segundo semestre, que es aquella que hará que las dos inversiones tengan el mismo rendimiento:

$$(1+i_1)(1+f) = (1+i_2)^2 \qquad \text{(Ec.9)}$$

Despejando se tiene

$$f = \frac{(1+i_2)^2}{(1+i_1)} - 1 = \frac{(1+0.02125)^2}{(1+0.02)} - 1 = 0.025 \qquad \text{(Ec.10)}$$

La tasa anual futura (forward) es 4,5% (2,25% x 2), en realidad, constituye la "tasa de consenso de mercado". De otro modo, habría posibilidad de arbitraje.

¿Para qué sirve conocer la tasa futura? Continuando con el ejemplo anterior se pueden ensayar tres escenarios:

a) Si la tasa forward en el segundo semestre fuese inferior al 2.25% (4.5% anual) convendría directamente invertir en la alternativa a). El bono a descuento no tiene pagos intermedios, ante ausencia de preferencias por liquidez, genera mayores rendimientos.

b) Por el contrario, la tasa forward fuese mayor al 2.25% semestral (4.5% anual), se obtienen mejores rendimientos invirtiendo en el bono cupón cero a seis meses y reinvirtiendo a tasa forward.

c) Si la tasa del segundo semestre fuera del 2.25% las dos inversiones tendrían el mismo rendimiento.

Como las alternativas de inversión (a seis meses y un año) compiten entre sí en el mercado de capitales, son atractivas en tanto generen el mismo rendimiento (equivalente). Esto se da si la tasa forward es equivalente a la tasa spot esperada para el segundo semestre. Si dicho equilibrio no se cumple, por ejemplo, la tasa spot esperada mayor a la tasa forward (b), se vende el bono más largo con la tasa implícita semestral, y se compra el bono corto a seis meses, para luego reinvertir a seis meses con tasas spot esperada mayor a la implícita. No obstante, esto implica un incremento en el precio del bono corto, una baja en el precio del bono largo, un descenso de largo. El rendimiento del bono corto cae, el rendimiento del bono largo sube y se equiparan ambas alternativas de inversión. Entonces, la tasa de interés forward debería ser igual a la tasa de interés esperada spot, siendo la primera un estimador de la segunda para construir la ETTI.

Diferencia entre tasa spot y forward: La tasa spot (contado) es la utilizada para descontar un solo flujo de fondos al presente (cupón cero), vinculada al plazo. Es la que se gana en una inversión realizada en el presente y que se cobra al final de *n* periodos. En otras palabras, se encuentra explicada por el rendimiento de un bono cupón cero a dicho horizonte. La tasa forward (futura), es la tasa esperada que regirá en un horizonte futuro, la cual puede o no coincidir con la tasa esperada contado. Es la tasa implícita entre dos tasas de contado para diferentes plazos y representa el consenso de mercado.

De lo expuesto, la tasa futura puede despejarse de las tasas contado, y la tasa contado puede obtenerse de las tasas futuras. La tasa spot, para un periodo cualquiera es representada por la siguiente expresión,

$$i_t = [(1+i_1)(1+f_1)(1+f_2)\dots.(1+i_{t-1})]^{1/t} - 1 \qquad \text{(Ec.11)}$$

¿Donde *i* representa la tasa contado y *f* la tasa futura. Si se remplazan los factores de capitalización de las tasas futuras (*f*) por sus respectivas tasas contado, por ejemplo, para 5 periodos se tiene,

$$i_5 = \left[(1+i_1)\frac{(1+i_2)^2(1+i_3)^3(1+i_4)^4(1+i_5)^5}{(1+i_1)(1+i_2)^2(1+i_3)^3(1+i_4)^4}\right]^{1/5} - 1 \qquad \text{(Ec.12)}$$

Simplificando a partir de la tasa equivalente se explica el rendimiento spot en el periodo 5,

$$i_5 = [(1+i_1)^5]^{1/5} - 1 \qquad \text{(Ec.13)}$$

Si quisiéramos construir una curva de rendimientos con tasas contado, se debería tener bonos cupón cero para todos los plazos. Es probable que no existan para satisfacer la demanda de plazos instrumentos con dicha estructura. Por ello, es menester plantear una metodología para construir la curva a partir de los precios observados en el mercado en un momento determinado. Esta será desarrollada en la próxima sección.

4. EL MÉTODO BOOTSTRAPPING

Conforme se indicó, cuando es posible la curva de rendimientos se construye con bonos cupón cero que proveen de los rendimientos que explican las tasas contado. En el mercado norteamericano, las *T-Bills* llegan a un plazo de un año, y el resto de los plazos se completan con los STRIPS de los bonos americanos. Atentos a la falta de liquidez en algunos STRIPS y para evitar distorsiones en la medición de la curva de rendimientos se plantea la metodología conocida como *bootstrapping* para inferir por equivalencia (ecuaciones 11 y 12), las tasas spot esperadas Fabozzi y Mann (2021).

Cómo no existen bonos cupón cero para plazos mayores a un año, debemos utilizar bonos con cupón para seguir despejando las tasas spot. Se iguala el precio de un *bullet* con su flujo de fondos descontado por las tasas contado para los primeros dos semestres, de tal manera que solo debemos resolver la incógnita para la tasa contado del tercer semestre.

Caso: Suponga que tenemos un *bullet* con un cupón del 5% anual con vencimiento en un año y medio (tres semestres) que cotiza a la par.

$$\$100 = \frac{\$2.5}{(1+0.02)^1} + \frac{\$2.5}{(1+0.02125)^2} + \frac{\$102.5}{(1+i_3)^3} \qquad \text{(Ec.14)}$$

$$\$95.15 = \frac{\$102.5}{(1+i_3)^3} \qquad \text{(Ec.15)}$$

Despejando, se obtiene la tasa contado del tercer semestre, i_3 =2,51%, siendo la tasa anual 2,51% x 2= 5,02%.El procedimiento permite desarrollar una curva teórica de tasa contado. Es teórica debido a que presenta las siguientes imperfecciones:

a) No existen bonos cupón cero para los plazos más allá del año, por lo que resta inferirlos mediante la técnica de bootstrapping.

b) Además, pueden no existir instrumentos que calcen con todos los horizontes, en tal caso se emplea la técnica de interpolación.

Conforme se ha manifestado, la curva se construye principalmente con bonos bullets o americanos. Para cada vencimiento se calcular la tasa cupón. En la medida que el mercado sea perfecto, todos los vencimientos son representados por instrumentos. No obstante, en mercados pocos desarrollados no todos los plazos presentan instrumentos con cupón asociado.

4.1. El método Bootstrapping con MS Excel buscar objetivo

En la siguiente sección empleando un caso hipotético se estimar la curva de rendimientos por despeje e interpolando. La estimación es planteada con la función buscar objetivo de MS Excel. A continuación el planteo del caso.

Caso: Se tienen la siguiente oferta hipotética de instrumentos por semestre, para un año (1 y 2 semestre) el son cupón cero, el resto son *bullets*. En el caso de los semestres 5, 7 y 9 semestres no existen títulos. Seguidamente, se expone el cuadro con instrumentos y diferentes vencimientos,

Tabla 1. Bonos, vencimientos, TIR y cupones

Semestre	Tiempo	Tipo Bono	Precio Mercado	Tasa Cupón	TIR
1	0,5	CC	$ 98,04		4,00%
2	1	CC	$ 95,88		4,30%
3	1,5	B	$ 100,00	4,50%	2,250%
4	2	B	$ 100,00	4,75%	2,375%
5	2,5		$ 100,00		
6	3	B	$ 100,00	5,25%	2,625%
7	3,5		$ 100,00		
8	4	B	$ 100,00	5,66%	2,830%
9	4,5		$ 100,00		
10	5	B	$ 100,00	6,11%	3,055%

Fuente. elaboración propia

Los plazos sin instrumento requieren previamente de un proceso de interpolación para inferir una tasa cupón. La misma se construye a partir de la información de mercado disponible interpolando cupones de las fechas antecedentes y procedentes. En el caso analizado la TIR de vencimiento más largo corresponde al semestre 6 (5,25%) y la de vencimiento más corto es pertenece al semestre 4 (4,75%). Para determinar la tasa cupón del semestre 5, calculamos el *spread* y luego se lo sumamos a la tasa cupón del semestre anterior.

$$\frac{TIR\ (t+n)-TIR(t-n)}{(t+n)-(t-n)} + TIR(t-n) \qquad \text{(Ec.16)}$$

La interpolación opera a partir del cociente entre la tasa de rendimiento correspondiente al vencimiento más largo $TIR\ (t+n)$ versus la tasa correspondiente al vencimiento más corto $TIR(t-n)$, divido la distancia de los plazos. A esta se le suma la $TIR(t-n)$, tal que

$$\frac{5.25\%-4.75\%}{(6)-(4)} + 4.75\% = 5\% \qquad \text{(Ec.17)}$$

En el siguiente cuadro se presenta los resultados obtenidos aplicando el proceso a los semestres 5, 7 y 9.

Tabla 2. Estructura de instrumentos de mercado y resultados de la interpolación semestres 5, 7 y 9

Semestre	Tiempo	Tipo Bono	Precio Mercado		Tasa Cupon	TIR	Interpolada
1	0,5	CC	$	98,04		4,00%	4,00%
2	1	CC	$	95,88		4,30%	4,30%
3	1,5	B	$	100,00	4,50%	2,250%	4,500%
4	2	B	$	100,00	4,75%	2,375%	4,750%
5	***2,5***		***$***	***100,00***			***5,00%***
6	3	B	$	100,00	5,25%	2,625%	5,25%
7	***3,5***		***$***	***100,00***			***5,46%***
8	4	B	$	100,00	5,66%	2,830%	5,66%
9	***4,5***		***$***	***100,00***			***5,89%***
10	5	B	$	100,00	6,11%	3,055%	6,11%

Fuente. elaboración propia

Una vez recorrido las etapas de construcción de la curva a partir de los precios de mercado, e interpolando tasas cupón para los tramos sin tasa, se procede a derivar la curva teórica. La misma surge aplicando la ecuación 14. Para obtener la tasa spot por ejemplo para el periodo cuatro, se tiene la siguiente expresión,

$$\$100 = \frac{\$2.5}{(1+0.04/2)^1} + \frac{\$2.5}{(1+0.0430/2)^2} + \frac{\$2.5}{(1+0.0451/2)^3} + \frac{\$102.5}{(1+i_4/2)^3} = 0.0474/2 \quad \text{(Ec.18)}$$

Las tasas de los periodos 1 a 3 es la tasa spot esperada para cada periodo, estimadas previamente. El resultado obtenido representa la tasa spot teórica para el cuarto semestre respondiendo a la lógica de las ecuaciones 11 y 12. Continuando con el ejemplo, para la tabla precedente se presenta la estructura de ecuaciones,

Tabla 3. Obtención de tasas spots diferentes vencimientos (ecuación 14)

Semestre	*Curva*	*Ecuaciones*
1	4,00%	=+((100/98,04)-1)*2
2	4,30%	=+((100/65,88)-1)
3	4,51%	=+(POTENCIA((102.5/(100-2.21-2.16));(1/3))-1)*2
4	4,74%	=+(POTENCIA((103.8/(100-2.28-2.27-2.22));(1/4))-1)*2
5	5,00%	=+(POTENCIA(((100+0.05/2*100)/(100-2.4-2.39-2.34-2.28));(1/5))-1)*2
6	5,27%	=+(POTENCIA(102.63/(100-2.52-2.51-2.46-2.39-2.32);(1/6))-1)*2
7	5,49%	=+(POTENCIA((100+0.0546/2*100)/(100-2.62-2.61-2.55-2.48-2.41-2.33);(1/7))-1)*2
8	5,71%	=+(POTENCIA((102.83)/(100-2.72-2.71-2.65-2.58-2.50-2.42-2.34);(1/8))-1)*2
9	5,96%	=+(POTENCIA((100+0.0589/2*100)/(100-2.83-2.82-2.75-2.68-2.60-2.52-2.43-2.35);(1/9))-1)*2
10	6,22%	=+(POTENCIA((103.06/(100-2.94-2.93-2.86-2.78-2.70-2.61-2.53-2.44-2.35));(1/10))-1)*2

Fuente. elaboración propia

Para los vencimientos con instrumentos, en el numerador de las ecuaciones indicadas en la tabla 3, se indica el valor nominal. Aquellos periodos sin instrumentos (5, 7 y 9) los cupones surgen a partir de interpolación, y el numerador es representado por el valor nominal $100 + el cupón interpolado (ecuación 16). La columna curva arroja las tasas teóricas para diferentes horizontes. La siguiente tabla exponen los valores actuales, empleados como cálculos auxiliares, correspondientes a los flujos del bono de la tabla 3 y ecuación 14.

Tabla 4. Auxiliar tabla 3 valores actuales flujos de pagos (ecuación 14)

Semestre	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	100	2,21	2,16	95,64							
4	100	2,28	2,28	2,22	93,22						
5	100	2,40	2,40	2,34	2,28	90,59					
6	100	2,52	2,52	2,46	2,39	2,32	87,79				
7	100	2,62	2,61	2,55	2,48	2,41	2,33	84,98			
8	100	2,72	2,71	2,65	2,58	2,50	2,42	2,34	82,08		
9	100	2,83	2,82	2,75	2,68	2,60	2,52	2,43	2,35	79,02	
10	100	2,94	2,93	2,86	2,78	2,70	2,61	2,53	2,44	2,35	75,87

Fuente. elaboración propia

Por ejemplo, si se toma el caso del periodo 3, la tasa equivalente derivada la curva spot, es la siguiente

(Ec.19)

Eventualmente el procedimiento se agiliza usando la herramienta buscar objetivo de MSExcel[8]. Esta herramienta permite iterar y obtener por despeje la tasa forward para el último periodo. Se plantea como incógnita la tasa que igual el precio con el valor actual de los flujos. Primero se debe plantear la corriente de flujos de fondos de fondos del bono y el valor de mercado.

Tabla 5: tabla iteración buscar objetivo (ecuación 14)

Tasas spot teoricas	Diferencia	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4,51%	0	100,0	2,2	2,2	95,6							
4,74%	0	100,0	2,3	2,3	2,2	93,2						
5,00%	0	100,0	2,4	2,4	2,3	2,3	90,6					
5,27%	0	100,0	2,5	2,5	2,5	2,4	2,3	87,8				
5,49%	0	100,0	2,6	2,6	2,6	2,5	2,4	2,3	85,0			
5,71%	0	100,0	2,7	2,7	2,6	2,6	2,5	2,4	2,3	82,1		
5,96%	0	100,0	2,8	2,8	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	79,0	
6,22%	0	100,0	2,9	2,9	2,9	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4	2,3	75,9
	=+T23-SUMA(U23:W23)											

Fuente. elaboración propia

Para el bono con tres periodos, la diferencia es la restricción y plantea encontrar la tasa que iguala el precio de mercado con el valor actual de la corriente de flujos de bono. Las expresiones de la planilla de cálculo son planteadas en la siguiente tabla.

Tabla 6. Comando @formulatexto() bono 3 semestre obtención tasa función buscar objetivo (ecuación 14)

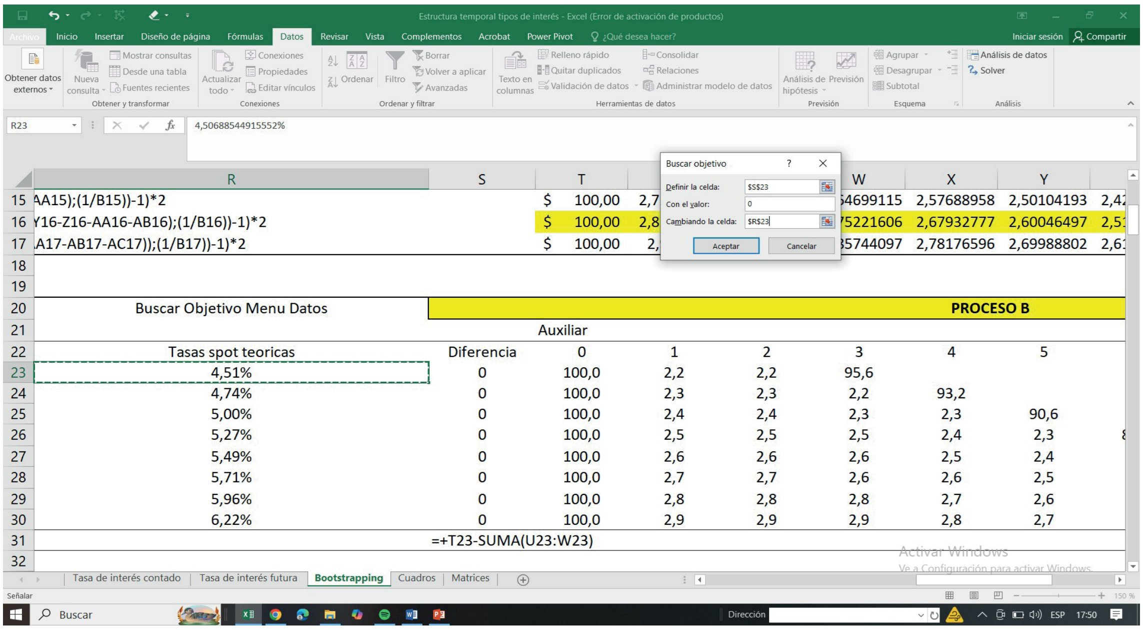
Diferencia	0	1	2	3
=+T23-SUMA(U23:W23)	=+T10	=+(B$25/(POTENCIA((1+O$8/2);B$8)))	=+(B$26/(POTENCIA((1+O$9/2);B$9)))	=+(B$27/(POTENCIA((1+R$23/2);B$10))

Fuente. elaboración propia

[8] Eventualmente se puede utilizar la función Solver de MSExcel.

A continuación, se expone la tabla incrustada desde la pantalla, la cual replica a la tabla 5. La diferencia se define con valor cero, es el ajuste entre valor actual y el precio para inferir la tasa por iteración, descontando los flujos intermedios a las tasas spots estimadas previamente.

Tabla 7. Obtención tasa función buscar objetivo (ecuación 14)



	R	S	T			W	X	Y	
15	AA15);(1/B15))-1)*2		$	100,00	2,7	54699115	2,57688958	2,50104193	2,42
16	Y16-Z16-AA16-AB16);(1/B16))-1)*2		$	100,00	2,8	75221606	2,67932777	2,60046497	2,51
17	A17-AB17-AC17));(1/B17))-1)*2		$	100,00	2,	35744097	2,78176596	2,69988802	2,61
18									
19									
20	Buscar Objetivo Menu Datos						PROCESO B		
21			Auxiliar						
22	Tasas spot teoricas	Diferencia	0	1	2	3	4	5	
23	4,51%	0	100,0	2,2	2,2	95,6			
24	4,74%	0	100,0	2,3	2,3	2,2	93,2		
25	5,00%	0	100,0	2,4	2,4	2,3	2,3	90,6	
26	5,27%	0	100,0	2,5	2,5	2,5	2,4	2,3	
27	5,49%	0	100,0	2,6	2,6	2,6	2,5	2,4	
28	5,71%	0	100,0	2,7	2,7	2,6	2,6	2,5	
29	5,96%	0	100,0	2,8	2,8	2,8	2,7	2,6	
30	6,22%	0	100,0	2,9	2,9	2,9	2,8	2,7	
31		=+T23-SUMA(U23:W23)							
32									

Fuente. elaboración propia

4.2. El método Bootstrapping con matrices y MS Excel.

Una forma más sencilla y rápida para obtener los mismos resultados consiste en utilizar la notación matricial. Si representamos el conjunto de flujos de caja con el vector C, el vector de los factores de descuento con D (0), y el vector de precios de los bonos P(0) se puede plantear el siguiente sistemas de matrices:

Estructura matricial flujo de fondos del bono

$$C = [C_1T_1\ C_1T_2\ \ldots C_1T_n\ C_2T_1\ C_2T_2\ \ldots C_2T_n\ C_nT_1\ C_nT_2\ \ldots C_nT_n\ ] \qquad \text{(Ec.20)}$$

Estructura matricial factores de descuento D(0)

$$D(0) = [D(0,T_1)\ D(0,T_2)\ D(0,T_n)\ ] \qquad \text{(Ec.21)}$$

Estructura matricial precio del bono P(0)

$$P(0) = [P(0,T_1)\ P(0,T_2)\ P(0,T_n)\ ] \qquad \text{(Ec.22)}$$

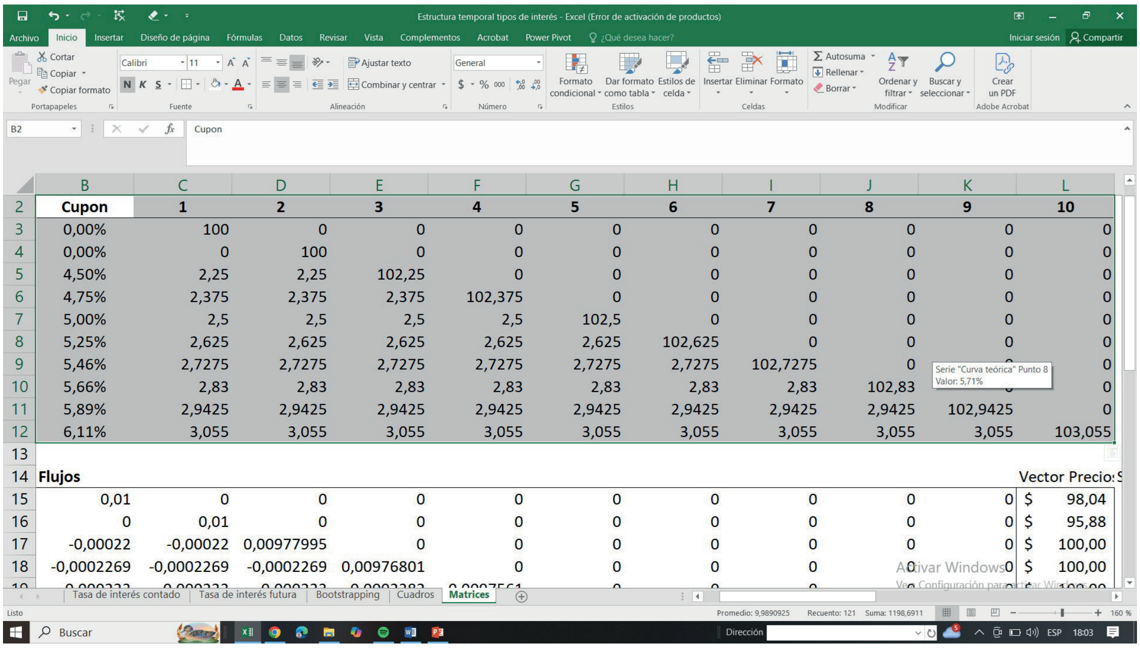
La clave consiste en obtener los factores de descuento. Estos se pueden calcular multiplicando la matriz inversa de los flujos por el vector de precios:

$$D(0) = C^{-1} \times P(0) \qquad \text{(Ec.23)}$$

Caso: Continuando con el caso anterior, se proceden a detallar los pasos y comandos empleados mediante planilla de cálculo.

1. Construir la estructura de flujos de fondos con la tasa cupón correspondiente a cada rango: Conforme se expone a continuación se debe construir los pagos y bonos vinculados a cada periodo.

Tabla 8. Tabla con flujos y pagos de bonos

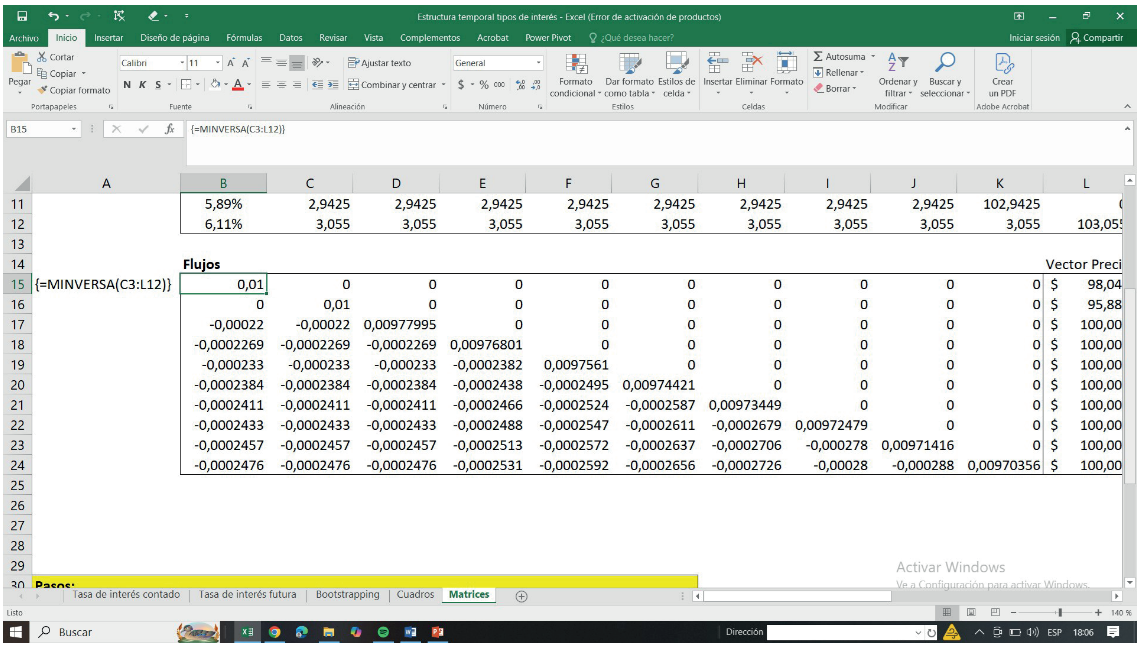


	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
2	Cupon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	0,00%	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0,00%	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0
5	4,50%	2,25	2,25	102,25	0	0	0	0	0	0	0
6	4,75%	2,375	2,375	2,375	102,375	0	0	0	0	0	0
7	5,00%	2,5	2,5	2,5	2,5	102,5	0	0	0	0	0
8	5,25%	2,625	2,625	2,625	2,625	2,625	102,625	0	0	0	0
9	5,46%	2,7275	2,7275	2,7275	2,7275	2,7275	2,7275	102,7275	0	[illegible]	0
10	5,66%	2,83	2,83	2,83	2,83	2,83	2,83	2,83	102,83	[illegible]	0
11	5,89%	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	102,9425	0
12	6,11%	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	103,055
13											
14	Flujos										Vector Precios
15	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$ 98,04
16	0	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	$ 95,88
17	-0,00022	-0,00022	0,00977995	0	0	0	0	0	0	0	$ 100,00
18	-0,0002269	-0,0002269	-0,0002269	0,00976801	0	0	0	0	0	0	$ 100,00

Fuente: elaboración propia

2. Posicionarse en la celda inferior de la tabla 8, (B15) y con la función "MININVERSA" seleccionar el rango de celdas C3..L12 más <enter>. Luego posicionarse en B15, seleccionar un área a C3..L12 a ser replicada en B15..K24, ingresar los comandos <control>+<shift>+<enter>. Se obtiene la matriz de pagos (Ec.20).

Tabla 9. Matriz de flujos con pagos

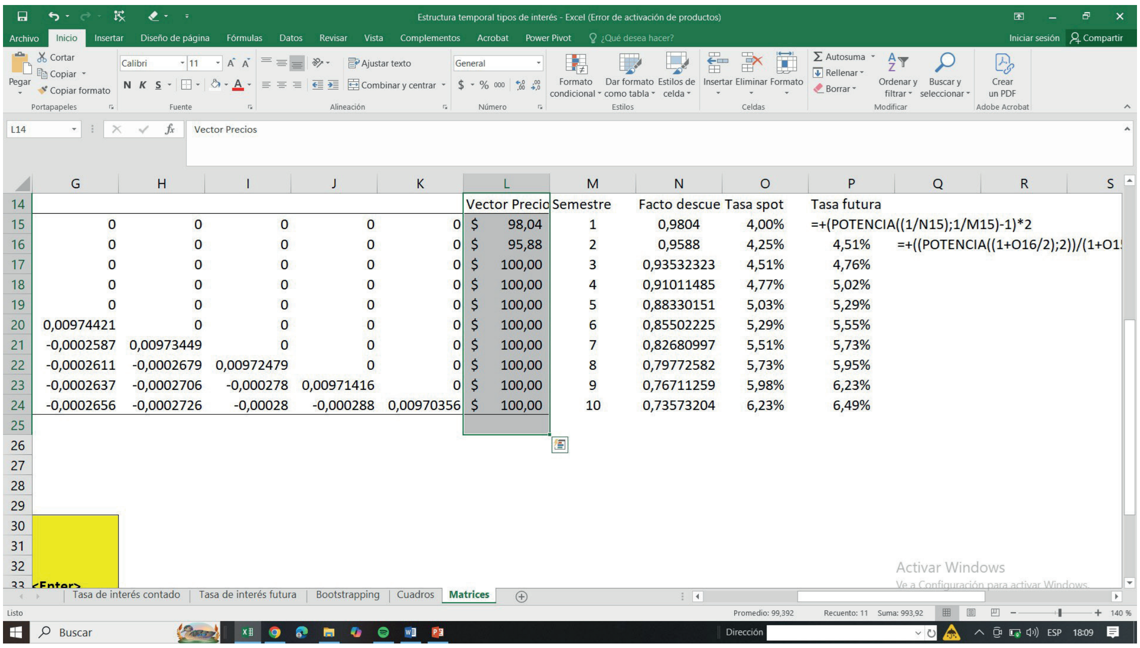


	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
11		5,89%	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	102,9425	(
12		6,11%	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	103,05
13												
14		Flujos										Vector Preci
15	{=MINVERSA(C3:L12)}	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$ 98,04
16		0	0,01	0	0	0	0	0	0	0	0	$ 95,88
17		-0,00022	-0,00022	0,00977995	0	0	0	0	0	0	0	$ 100,00
18		-0,0002269	-0,0002269	-0,0002269	0,00976801	0	0	0	0	0	0	$ 100,00
19		-0,000233	-0,000233	-0,000233	-0,0002382	0,0097561	0	0	0	0	0	$ 100,00
20		-0,0002384	-0,0002384	-0,0002384	-0,0002438	-0,0002495	0,00974421	0	0	0	0	$ 100,00
21		-0,0002411	-0,0002411	-0,0002411	-0,0002466	-0,0002524	-0,0002587	0,00973449	0	0	0	$ 100,00
22		-0,0002433	-0,0002433	-0,0002433	-0,0002488	-0,0002547	-0,0002611	-0,0002679	0,00972479	0	0	$ 100,00
23		-0,0002457	-0,0002457	-0,0002457	-0,0002513	-0,0002572	-0,0002637	-0,0002706	-0,000278	0,00971416	0	$ 100,00
24		-0,0002476	-0,0002476	-0,0002476	-0,0002531	-0,0002592	-0,0002656	-0,0002726	-0,00028	-0,000288	0,00970356	$ 100,00

Fuente. elaboración propia

3. En el rango de celdas L15..L24 se introducen los precios de los bonos (ecuación 22)

Tabla 10. Precio de bonos, L15..L24

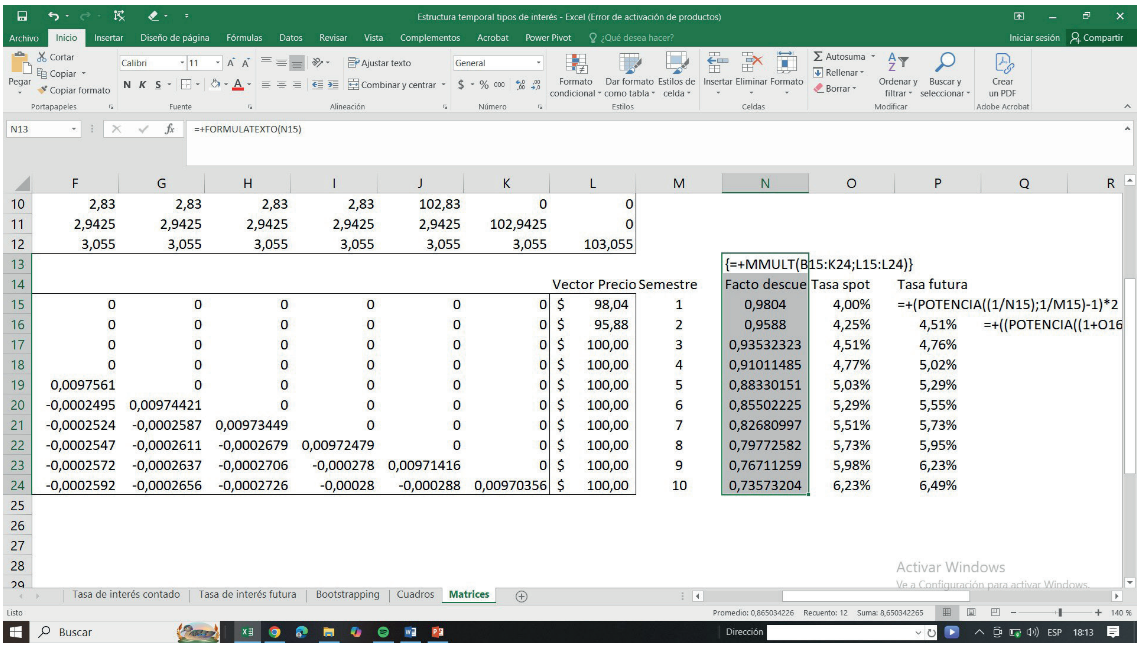


	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
14						Vector Precio	Semestre	Facto descue	Tasa spot	Tasa futura	
15	0	0	0	0	0	$ 98,04	1	0,9804	4,00%	=+(POTENCIA((1/N15);1/M15)-1)*2	
16	0	0	0	0	0	$ 95,88	2	0,9588	4,25%	4,51%	=+((POTENCIA((1+O16/2);2))/(1+O1
17	0	0	0	0	0	$ 100,00	3	0,93532323	4,51%	4,76%	
18	0	0	0	0	0	$ 100,00	4	0,91011485	4,77%	5,02%	
19	0	0	0	0	0	$ 100,00	5	0,88330151	5,03%	5,29%	
20	0,00974421	0	0	0	0	$ 100,00	6	0,85502225	5,29%	5,55%	
21	-0,0002587	0,00973449	0	0	0	$ 100,00	7	0,82680997	5,51%	5,73%	
22	-0,0002611	-0,0002679	0,00972479	0	0	$ 100,00	8	0,79772582	5,73%	5,95%	
23	-0,0002637	-0,0002706	-0,000278	0,00971416	0	$ 100,00	9	0,76711259	5,98%	6,23%	
24	-0,0002656	-0,0002726	-0,00028	-0,000288	0,00970356	$ 100,00	10	0,73573204	6,23%	6,49%	

Fuente. elaboración propia

4. En la celda N15 se multiplica la matrices (ecuación 20, tabla 9) con el comando “MMULT” que arroja la inversa del cupón contenido en el área B15..K24. La multiplicación es por la columna precio (ecuación 22, tabla 10, L15..L24), seleccionando el comando <enter>. Luego, seleccionando el rango de celdas N15..N24 y el comando <control>+<shift>+<enter> se obtienen los factores de descuento (ecuación 23).

Tabla 11: Descuentos de bonos N15..N24 ecuación 23



N13 =+FORMULATEXTO(N15)

	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
10	2,83	2,83	2,83	2,83	102,83	0	0					
11	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	2,9425	102,9425	0					
12	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	3,055	103,055					
13									{=+MMULT(B15:K24;L15:L24)}			
14							Vector Precio	Semestre	Facto descue	Tasa spot	Tasa futura	
15	0	0	0	0	0	0	$ 98,04	1	0,9804	4,00%	=+(POTENCIA((1/N15);1/M15)-1)*2	
16	0	0	0	0	0	0	$ 95,88	2	0,9588	4,25%	4,51%	=+((POTENCIA((1+O16
17	0	0	0	0	0	0	$ 100,00	3	0,93532323	4,51%	4,76%	
18	0	0	0	0	0	0	$ 100,00	4	0,91011485	4,77%	5,02%	
19	0,0097561	0	0	0	0	0	$ 100,00	5	0,88330151	5,03%	5,29%	
20	-0,0002495	0,00974421	0	0	0	0	$ 100,00	6	0,85502225	5,29%	5,55%	
21	-0,0002524	-0,0002587	0,00973449	0	0	0	$ 100,00	7	0,82680997	5,51%	5,73%	
22	-0,0002547	-0,0002611	-0,0002679	0,00972479	0	0	$ 100,00	8	0,79772582	5,73%	5,95%	
23	-0,0002572	-0,0002637	-0,0002706	-0,000278	0,00971416	0	$ 100,00	9	0,76711259	5,98%	6,23%	
24	-0,0002592	-0,0002656	-0,0002726	-0,00028	-0,000288	0,00970356	$ 100,00	10	0,73573204	6,23%	6,49%	

Fuente. elaboración propia

El resultado obtenido refleja la columna de factores de descuentos (ecuación 21) empleados para calcular las tasas spots y forward.

4.3. Cálculo de las tasas spot y forward teóricas

Para obtener las tasas futuras, simplemente despejamos la tasa implícita entre las tasas contado para dos períodos sucesivos. La expresión general a utilizar es,

$$f_1 = \left[\frac{\left(1+\frac{i_{t+1}}{2}\right)^{t+1}}{\left(1+\frac{i_t}{2}\right)} \right] - 1 \qquad \text{(Ec.24)}$$

Continuando con el caso desarrollado se tiene la siguiente tabla con las tasas spots obtenidas de la ecuación 23 y forward para cada periodo,

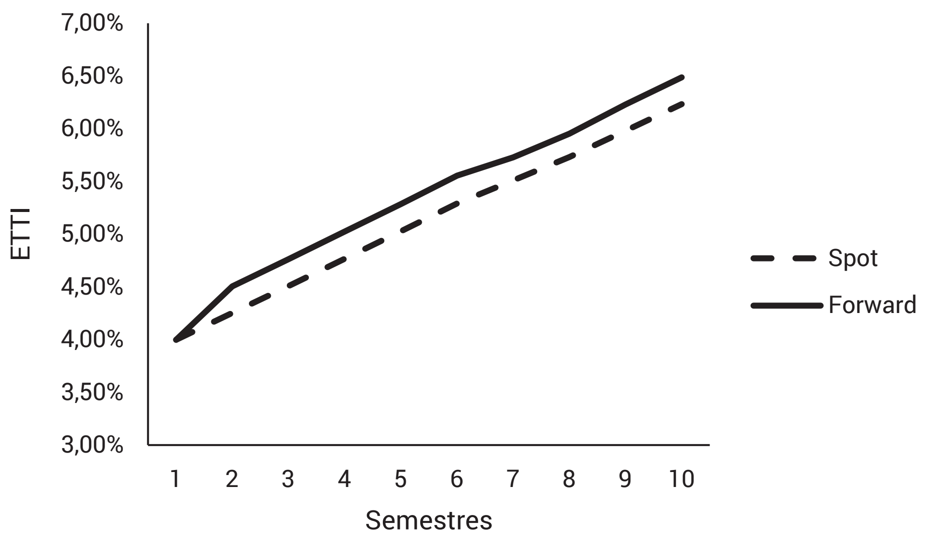
Tabla 12. Tasa contado (bootstraping ecuación 23) y futuro (ecuación 24)

Tasa spot	Tasa futura	
4,00%	=+(POTENCIA((1/0.04);1/1)-1)*2	
4,25%	4,51%	=+((POTENCIA((1+0.0425/2);2))/(1+0.04/2)-1)*2
4,51%	4,76%	
4,77%	5,02%	
5,03%	5,29%	
5,29%	5,55%	
5,51%	5,73%	
5,73%	5,95%	
5,98%	6,23%	
6,23%	6,49%	

Fuente. elaboración propia

El gráfico expone la proyección de las tasas contado y futuras (esperadas). En el ejemplo la curva es ascendente y la tasa forward es superior a la contado.

Figura 1. ETTI spot y curva de tasas forward ejemplo



Fuente: elaboración propia

5. VALUACIÓN DE UN BONO: TIR VERSUS TASAS SPOT DERIVADAS DE LA ETTI

Es común emplear la TIR del bono para su valoración, sin perjuicio que esta es una práctica errónea. A menudo se utiliza una única TIR, la cual surge a partir de igualar la corriente de flujos de fondos del bono con el precio de mercado. Dicha práctica, la más sencilla y empleada, parte de un supuesto poco probable: la curva de rendimientos esperado es constante (flat) y la tasa de interés invariable. Otra alternativa surge de emplear la TIR derivada de bonos con diferentes duraciones, con el objetivo de aproximar una ETTI. Si bien reconstruye una curva de rendimiento asociada a expectativas de mercado y duraciones de bonos, no refleja las verdaderas tasas spot (contado). El procedimiento correcto demanda emplear tasas spots esperadas, para lo cual se debe construir la ETTI. No deben emplearse TIR, ya que estas no dejan de ser rendimientos promedios asociados al precio para toda la vida del bono. No utilizar tasas spot derivadas de la estructura temporal de tipo de interés, puede conducir a arbitrajes, en particular si se emplean STRIPS.

Caso: En el siguiente cuadro se presentan la valuación de un bono bullet, valor nominal $100, tasa cupón 2,5% semestral, pagadero en 6 semestres. Se procede calcular el pricing, empleando la TIR y la curva de rendimientos calculada con TIR y la ETTI empleando tasas spots esperadas. Con las tasas se procede a valorar el bono,

Tabla 13. Pricing bono con TIR, curva de rendimiento y ETTI

Semestre	*TIR*	*TIR para D*	*Spot*	*Flujo Fondos*	*FC/TIR*	*FC/TIR D*	*FC/Spot*	*VA/TIR*	*VA/TIR D*	*VA/Spot*
1	5,50%	4,00%	4,0%	$ 2,50	0,973	0,980	0,980	$ 2,43	$ 2,45	$ 2,45
2	5,50%	4,30%	4,3%	$ 2,50	0,947	0,960	0,960	$ 2,37	$ 2,40	$ 2,40
3	5,50%	4,50%	4,5%	$ 2,50	0,922	0,939	0,939	$ 2,30	$ 2,35	$ 2,35
4	5,50%	4,75%	4,8%	$ 2,50	0,897	0,917	0,917	$ 2,24	$ 2,29	$ 2,29
5	5,50%	5,00%	5,0%	$ 2,50	0,873	0,895	0,895	$ 2,18	$ 2,24	$ 2,24
6	5,50%	5,25%	5,3%	$ 2,50	0,850	0,872	0,871	$ 2,12	$ 2,18	$ 2,18
7	5,50%	5,46%	5,5%	$ 2,50	0,827	0,848	0,848	$ 2,07	$ 2,12	$ 2,12
8	5,50%	5,66%	5,7%	$ 2,50	0,805	0,825	0,824	$ 2,01	$ 2,06	$ 2,06
9	5,50%	5,89%	6,0%	$ 2,50	0,783	0,802	0,801	$ 1,96	$ 2,00	$ 2,00
10	5,50%	6,11%	6,2%	$ 102,50	0,762	0,778	0,776	$ 78,15	$ 79,72	$ 79,58
								$ 97,84	***$ 99,82***	***$ 99,66***

Fuente: elaboración propia

Recordar que el mercado valor empleando tasas spots, al existir STRPS y poder ser negociados como cupón cero:

a) El precio del bono obtenido con la TIR es de $97,84 y con las tasas spot es de $99,66, lo que da lugar a estrategia de arbitraje. Si el mercado valorase a la TIR se podría pagar $97,84 y vender por separado los cupones (STRIPS) a su valor actual aplicando la tasa spot. El valor actual de dicha estrategia es dado por la suma de los valores descontados a tasa de contado $99,66. Por ejemplo, el cupón correspondiente al primer semestre ($2.50) tiene un valor actual de $2.43, valorado por TIR. Si se vende por separado (STRIP) su valor actual es de $2.45 a tasa spot que paga el mercado, presentando una ganancia de $0.02. El bono genera en su totalidad ganancias de arbitraje por la diferencia de precios $1.82. Por ello el mercado valora empleando la curva de tasas spot. Es erróneo valorar utilizando la TIR del bono, de ser así, detectada la ganancia de arbitraje la estrategia la haría desaparecer, incrementando la demanda del bono y subiendo su valor hasta $99,66.

b) El caso contrario se presenta si se trabaja con TIR asociada a cada duración. En ese caso, el valor del bono es de $99,82. La estrategia consiste en reconstruir el bono comprando los STRIPS, por los cuales pagaría un precio menor. Se obtiene una ganancia acumulada por arbitraje de $0.15. La diferencia surge del descuento en el último semestre. La compra de STRIPS surge del desarme del bono (venta), ajustando su precio a la baja, pasando de $99,82 (princing con curva de rendimiento) a $99,66 (pricing con ETTI).

6. CONCLUSIONES

La ETTI permite determinar el valor tiempo del dinero, el cual no es constante, si no que se encuentra asociados a la duración, expectativa y riesgo contenido en los instrumentos negociados en el mercado de renta fija. La ETTI es un mecanismo revelador de preferencias de los inversores respecto a plazos, o duraciones. Es ideal estimarla con bonos cupones cero a los efectos de derivar la tasa spot. No obstante, estos se emiten para vencimiento cortos y los STRIPS para determinado plazo no presentan suficiente volumen de negociación. Independientemente del marco normativo (teorías) y de los modelos econométricos, a partir de la información de mercado se puede inferir la curva de rendimientos mediante la metodología del bootstrapping. El resultado obtenido estará compuesto por las tasas spots teóricas esperadas y forward, las primeras necesarias para determinar el correcto pricing de los instrumentos de renta fija, análisis de riesgo (duración y convexidad) e interpretación macroeconómica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cullberston, J., (1957): The Term Structure of Interest Rates. *Quarterly Journal of Economics* 4 (2), pp. 485-517.

Fabozzi, F. y Mann, S., (2021): *The Handbook of Fixed Income* 9 ° McGraw Hill.

Fisher, I., (1930): *The Theory of Interes.t* The Macmillan Company.

Hicks, J (1946). *Value and Capital: an inquiry into some fundamental principles of economics theory.* Oxford Clarendon Press.

Kane, E., (1970): The Term Structure of Interest Rates: An Attempt to Reconcile Teaching with Practice. *Journal of Finance* 25 (2) pp361-374

López Dumrauf, G., (2016): Análisis de Bonos. Alfaomega

Mankiw, G., (2006): https://gregmankiw.blogspot.com/2006/05/yield-curve-is-steep.html

Mankiw, G., (2012): *Principios de Economía. 6* ° Harvard University Press.

Modigliani, F. y Sutch, R., (1969): The Term Structure of Interest Rates: a re-examination of the Evidence. *Journal of Money Credit and Banking* 3 (2), pp. 112-20.

Nelson, C. y Siegel. A., (1987): Parsimonious Modeling of Yield Curve. *The Journal of Business* 60(4) pp.473-489

Svensson, L., (1994): Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994 IMF Working Paper No. 94/114, Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=883856