APERTURA E INTEGRACIÓN: TRAYECTORIAS DE LOS BLOQUES COMERCIALES DE LAS AMÉRICAS 1990-2021°

OPENING AND INTEGRATION: TRAJECTORIES OF THE TRADE BLOCKS OF THE AMERICAS 1990-2021

*Martín Puchet Anyul**
*Nicolás Reig Lorenzi***

recibido: 6 junio 2023 – *aceptado*: 29 agosto 2023

ANEXO

Las definiciones de las medidas usadas se generalizan y se relaciona el indicador de apertura y el índice sistémico global de integración. La tabla 1 de transacciones globales para países se expresa en las siguientes dos identidades matriciales, por la demanda:

$$\begin{pmatrix} 0 & X_{12} & \cdots & X_{1n} & X_{1RM} \\ X_{21} & 0 & \cdots & X_{2n} & X_{2RM} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & 0 & X_{nRM} \\ X_{RM1} & X_{RM2} & \cdots & X_{RMn} & 0 \end{pmatrix} \iota + \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \\ D_{RM} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \\ Z_{RM} \end{pmatrix} \tag{A.1}$$

y por la oferta:

$$\iota' \begin{pmatrix} 0 & X_{12} & \cdots & X_{1n} & X_{1RM} \\ X_{21} & 0 & \cdots & X_{2n} & X_{2RM} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & 0 & X_{nRM} \\ X_{RM1} & X_{RM2} & \cdots & X_{RMn} & 0 \end{pmatrix} + \tag{A.2}$$
$$(Y_1, \quad Y_2, \quad \cdots \quad Y_n, \quad Y_{RM})' = (Z_1, \quad Z_2, \quad \cdots \quad Z_n, \quad Z_{RM})'$$

° Puchet Anyul, M. & Reig Lorenzi, N. (2025). Apertura e integración: trayectorias de los bloques comerciales de las Américas 1990-2021. *Estudios económicos, 42*(84), DOI: 10.52292/j.estudecon.2025.4211

* Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), México. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1020-4731. E-mail: anyul@unam.mx

** Universidad de la República (UdelaR), Uruguay. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0572-3609. E-mail: nicolas.reig@cienciassociales.edu.uy

donde: ι es la matriz de unos de $(n+1,1)$ y el apóstrofe ' denota transposición de la matriz respectiva. Si se escriben:

$$\mathbf{X}=\begin{pmatrix}0 & X_{12} & \cdots & X_{1n} & X_{1RM}\\ X_{21} & 0 & \cdots & X_{2n} & X_{2RM}\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots\\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & 0 & X_{nRM}\\ X_{RM1} & X_{RM2} & \cdots & X_{RMn} & 0\end{pmatrix},\mathbf{D}=\begin{pmatrix}D_1\\ D_2\\ \vdots\\ D_n\\ D_{RM}\end{pmatrix},\mathbf{Y}'$$

$$=(Y_1,\quad Y_2,\quad \cdots\quad Y_n,\quad Y_{RM})',\mathbf{z}=\begin{pmatrix}Z_1\\ Z_2\\ \vdots\\ Z_n\\ Z_{RM}\end{pmatrix}$$

las proporciones de transacciones por la demanda son: $\mathbf{T}^{\circ}=\mathbf{X}\hat{\mathbf{z}}^{-1}$ y por la oferta: $\mathbf{S}^{\circ}=\hat{\mathbf{z}}^{-1}\mathbf{X}$, donde $\hat{\mathbf{z}}^{-1}$ es la matriz diagonalizada inversa.[1] Las proporciones están expresadas a precios corrientes de forma tal que:

$$\mathrm{t}_{ij}=\frac{X_{ij}}{Z_j}=\frac{p_i\bar{X}_{ij}}{p_{zj}\bar{Z}_j},\mathrm{s}_{ij}=\frac{X_{ij}}{Z_i}=\frac{p_i\bar{X}_{ij}}{p_{zi}\bar{Z}_i};i,j=1,2,\dots,n,RM$$

donde las magnitudes supra rayadas son los índices de cantidad respectivos.

Las exportaciones de un país del bloque son: $X_i=\sum_j X_{ij}$ y las importaciones: $M_j=\sum_i X_{ij}$ con subíndices: $i,j=1,2,\dots,n,RM$. A precios corrientes, hay dos medidas de apertura: por las exportaciones: $\mathrm{a}_{Xi}=\frac{X_i}{Z_i}$ y por las importaciones: $\mathrm{a}_{Mj}=\frac{M_j}{Z_j}$.

La relación entre el indicador de apertura ($\mathrm{a}_1=\frac{\bar{X}_i+\bar{M}_i}{\bar{Z}_i}$) calculado mediante índices de cantidades y el ISI^{global} para n países

$$(\ ISI^{global}=1-[det(\mathrm{I}-\mathbf{S}^{\circ})]^{1/n}=1-[det(\mathrm{I}-\mathbf{T}^{\circ})]^{1/n})$$

requiere, por un lado, escribir los modelos de proporciones de manera que su formulación contenga el determinante, componente básico del índice de integración y, por el otro, transformar esos modelos para que la matriz de proporciones se separe en una sub matriz del bloque cuya integración se mide, y en una fila y una

---

1 Una matriz columna se transforma en matriz diagonal escribiéndola como la diagonal principal y poniendo ceros en todos los demás componentes. $\mathbf{T}^{\circ}\hat{\mathbf{z}}=\mathbf{X}$ y $\hat{\mathbf{z}}\mathbf{S}^{\circ}=\mathbf{X}$, por lo tanto $\mathbf{T}^{\circ}$ y $\mathbf{S}^{\circ}$ son matrices similares y, en virtud, de esa equivalencia mantienen invariantes traza, determinante y valores característicos.

columna correspondientes al resto del mundo. La conexión entre el indicador de un país, cuyas transacciones se miden por demanda y por oferta, con el ISI global que capta, simultánea y sintéticamente, las interacciones que tienen lugar en un bloque de varias economías, será evidente.

En proporciones las identidades (A.1) y (A.2) originan los modelos:

$$\mathbf{S}^{\circ}\iota_{n+1} + \mathbf{d} = \iota_{n+1} \qquad \iota'_{n+1}\mathbf{T}^{\circ} + \mathbf{y}' = \iota'_{n+1}$$

donde: $\mathrm{d_i} = \frac{D_i}{Z_i}$ e $\mathrm{y_j} = \frac{Y_j}{Z_j}$.

Las matrices de las medidas de apertura son, por exportaciones:

$$\mathbf{S}^{\circ}\iota_{n+1} = \begin{pmatrix} \mathrm{a}_{X1} \\ \mathrm{a}_{X2} \\ \vdots \\ \mathrm{a}_{X\mathrm{n}} \\ \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}} \end{pmatrix}, \text{ donde: } \mathrm{a}_{Xi} = \frac{X_i}{Z_i}, \text{ y por la oferta: } \iota'_{n+1}\mathbf{T}^{\circ} =$$

$$(\mathrm{a}_{M1}, \quad \mathrm{a}_{M2}, \quad \cdots \quad \mathrm{a}_{M\mathrm{n}}, \quad \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}})', \text{ donde: } \mathrm{a}_{Mj} = \frac{M_j}{Z_j}.$$

Las medidas de apertura de cada economía se expresan mediante las proporciones del modelo de la siguiente manera:

i. $\mathrm{a}_{Xi} = \sum_{\mathrm{j=1}}^{n} \mathrm{s_{ij}} + \mathrm{s_{iRM}} = \mathrm{a}_{X\mathrm{iB}} + \mathrm{a}_{X\mathrm{iRM}}$, donde: $\mathrm{a}_{X\mathrm{iB}}$ es la apertura intra – bloque y $\mathrm{a}_{X\mathrm{iRM}}$ es la extra – bloque; así la apertura de cada economía por la demanda se distribuye entre sus mercados de destino: $\sum_{\mathrm{j=1}}^{n} \frac{\mathrm{s_{ij}}}{\mathrm{a}_{Xi}} + \frac{\mathrm{s_{iRM}}}{\mathrm{a}_{Xi}} = \sum_{\mathrm{j=1}}^{n} \alpha_{\mathrm{ij}} + \alpha_{\mathrm{iRM}} = 1$,, y

ii. $\mathrm{a}_{Mj} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{n} \mathrm{t_{ij}} + \mathrm{t_{RMj}} = \mathrm{a}_{M\mathrm{Bj}} + \mathrm{a}_{M\mathrm{RMj}}$, donde: $\mathrm{a}_{M\mathrm{Bj}}$ es la apertura intra – bloque y $\mathrm{a}_{M\mathrm{RMj}}$ es la extra – bloque; así la apertura de cada economía por la oferta se distribuye entre sus mercados de origen:

$$\sum_{\mathrm{i=1}}^{n} \frac{\mathrm{t_{ij}}}{\mathrm{a}_{Mj}} + \frac{\mathrm{t_{RMj}}}{\mathrm{a}_{Mj}} = \sum_{\mathrm{i=1}}^{n} \beta_{\mathrm{ij}} + \beta_{\mathrm{RMj}} = 1.$$

Las matrices de proporciones se separan en sub matrices que identifican las partes del bloque y la extra – bloque, por las exportaciones:

$$\mathbf{S}^{\circ} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}^{\circ}_{\mathrm{B}} & \mathbf{s}^{\circ}_{\mathrm{BRM}} \\ \mathbf{s}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}} & 0 \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

donde: $\mathbf{S}^{\circ}_{\mathrm{B}}$ es la sub - matriz de proporciones intra – bloque de (n, n), $\mathbf{s}^{\circ}_{\mathrm{BRM}}$ es la respectiva entre el bloque y el resto del mundo de $(n, 1)$ y $\mathbf{s}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}}$ es aquella entre el resto del mundo y el bloque de $(1, n)$ y, por las importaciones:

$$\mathbf{T}^{\circ} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^{\circ}_{\mathrm{B}} & \mathbf{t}^{\circ}_{\mathrm{BRM}} \\ \mathbf{t}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}} & 0 \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

con sus respectivas sub-matrices análogas.

A su vez, ambas matrices, para introducir las medidas de apertura se descomponen en las aperturas por países y sus composiciones intra y extra bloque:

$$\mathbf{S}^{\circ} = \begin{pmatrix} \mathrm{a}_{X1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{a}_{X2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathrm{a}_{Xn} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \alpha_{12} & \cdots & \alpha_{1n} & \alpha_{1RM} \\ \alpha_{21} & 0 & \cdots & \alpha_{2n} & \alpha_{2RM} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \cdots & 0 & \alpha_{nRM} \\ \alpha_{RM1} & \alpha_{RM2} & \cdots & \alpha_{RMn} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\mathrm{B}} & \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{BRM}} \\ \boldsymbol{\alpha}'_{\mathrm{BRM}} & 0 \end{pmatrix} \tag{A.5}$$

$$\mathbf{T}^{\circ} = \begin{pmatrix} 0 & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1n} & \beta_{1RM} \\ \beta_{21} & 0 & \cdots & \beta_{2n} & \beta_{2RM} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ \beta_{n1} & \beta_{n2} & \cdots & 0 & \beta_{nRM} \\ \beta_{RM1} & \beta_{RM2} & \cdots & \beta_{RMn} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathrm{a}_{M1} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{a}_{M2} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathrm{a}_{Mn} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{\mathrm{B}} & \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{BRM}} \\ \boldsymbol{\beta}'_{\mathrm{BRM}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & a_{M\mathrm{RM}} \end{pmatrix} \tag{A.6}$$

Si (A.5) y (A.6) se restan a la identidad y se las iguala a (A.3) y a (A.4), también restadas de dicha matriz, se obtienen, de manera respectiva:

$$\mathbf{I} - \mathbf{S}^{\circ} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{n,n} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\mathrm{B}} & \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{BRM}} \\ \boldsymbol{\alpha}'_{\mathrm{BRM}} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{S}^{\circ}_{\mathrm{B}} & -\mathbf{s}^{\circ}_{\mathrm{BRM}} \\ -\mathbf{s}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}} & 1 \end{pmatrix} \tag{A.7}$$

$$\mathbf{I} - \mathbf{T}^{\circ} = \begin{pmatrix} \mathbf{I}_{n,n} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{\mathrm{B}} & \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{BRM}} \\ \boldsymbol{\beta}'_{\mathrm{BRM}} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{T}^{\circ}_{\mathrm{B}} & -\mathbf{t}^{\circ}_{\mathrm{BRM}} \\ -\mathbf{t}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}} & 1 \end{pmatrix} \tag{A.8}$$

que equivalen a:

$$\mathbf{I}-\mathbf{S}^{\circ}=\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1}\\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1}\\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}\end{pmatrix}^{-1}-\begin{pmatrix}\mathbf{A}_{\mathrm{B}} & \boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{BRM}}\\ \boldsymbol{\alpha}'_{\mathrm{BRM}} & 0\end{pmatrix}\right]=$$
$$\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1}\\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}}^{-1}-\mathbf{A}_{\mathrm{B}} & -\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{BRM}}\\ -\boldsymbol{\alpha}'_{\mathrm{BRM}} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}^{-1}\end{pmatrix} \tag{A.9}$$

$$\mathbf{I}-\mathbf{T}^{\circ}=\left[\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1}\\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}\end{pmatrix}^{-1}-\begin{pmatrix}\mathbf{B}_{\mathrm{B}} & \boldsymbol{\beta}_{\mathrm{BRM}}\\ \boldsymbol{\beta}'_{\mathrm{BRM}} & 0\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1}\\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}\end{pmatrix}=$$
$$\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}}^{-1}-\mathbf{B}_{\mathrm{B}} & -\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{BRM}}\\ -\boldsymbol{\beta}'_{\mathrm{BRM}} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}^{-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1}\\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}\end{pmatrix} \tag{A.10}$$

Las expresiones (A.7) y (A.9), y (A.8) y (A.10), permiten escribir otras donde las medidas de apertura de los países se conectan con el determinante de la definición del ISI^{global}; éstas son:

$$\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1}\\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}}^{-1}-\mathbf{A}_{\mathrm{B}} & -\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{BRM}}\\ -\boldsymbol{\alpha}'_{\mathrm{BRM}} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}^{-1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{I}-\mathbf{S}_{\mathrm{B}}^{\circ} & -\mathbf{s}_{\mathrm{BRM}}^{\circ}\\ -\mathbf{s}_{\mathrm{RMB}}^{\circ\prime} & 1\end{pmatrix} \tag{A.11}$$

$$\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}}^{-1}-\mathbf{B}_{\mathrm{B}} & -\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{BRM}}\\ -\boldsymbol{\beta}'_{\mathrm{BRM}} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}^{-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1}\\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathbf{I}-\mathbf{T}_{\mathrm{B}}^{\circ} & -\mathbf{t}_{\mathrm{BRM}}^{\circ}\\ -\mathbf{t}_{\mathrm{RMB}}^{\circ\prime} & 1\end{pmatrix} \tag{A.12}$$

Las matrices no diagonales, $\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}}^{-1}-\mathbf{A}_{\mathrm{B}} & -\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{BRM}}\\ -\boldsymbol{\alpha}'_{\mathrm{BRM}} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}^{-1}\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}\hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}}^{-1}-\mathbf{B}_{\mathrm{B}} & -\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{BRM}}\\ -\boldsymbol{\beta}'_{\mathrm{BRM}} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}^{-1}\end{pmatrix}$, $\mathbf{I}-\mathbf{S}_{\mathrm{B}}^{\circ}$ y $\mathbf{I}-\mathbf{T}_{\mathrm{B}}^{\circ}$ son diagonal dominantes y, por lo tanto, no singulares (Murata, 1977: 21).[2] Las primeras dos se descomponen de manera única en el producto de matrices triangulares inferior (**L**) y superior (**U**) (Golub y van Loan, 2013: 114). Es decir, los determinantes de **L** y **U** son no nulos y, a su vez, estos resultan de multiplicar los elementos de sus diagonales principales. En particular,

2 Una matriz es diagonal dominante (d. d.) por columnas si hay $d_i > 0$ $(i = 1, \dots n)$ que satisfacen: $d_j|a_{jj}| > \sum_{i=1,i\neq j}^{n} d_i|a_{ij}|$; $j = 1, \dots n$; es d. d. por filas si hay: $d_j > 0$ $(j = 1, \dots n)$ que satisfacen: $|a_{ii}|d_i > \sum_{j=1,j\neq i}^{n}|a_{ij}|d_j$; $i = 1, \dots n$. Una matriz d. d. tiene menores principales positivos y viceversa (Murata, 1977: 52). Toda matriz así admite una descomposición única en matrices triangulares inferior y superior.

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}}^{-1} - \mathbf{A}_{\mathrm{B}} & -\boldsymbol{\alpha}_{\mathrm{BRM}} \\ -\boldsymbol{\alpha}'_{\mathrm{BRM}} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}^{-1} \end{pmatrix} = \mathbf{L}_X\, \mathbf{U}_X, \text{ donde: } diag(\mathbf{L}_X) = \begin{pmatrix} \mathrm{a}_{X1}^{-1} \\ \mathrm{a}_{X2}^{-1} \\ \vdots \\ \mathrm{a}_{Xn}^{-1} \\ \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}}^{-1} \end{pmatrix} \quad \text{(A.13)}$$

$$\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}}^{-1} - \mathbf{B}_{\mathrm{B}} & -\boldsymbol{\beta}_{\mathrm{BRM}} \\ -\boldsymbol{\beta}'_{\mathrm{BRM}} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}^{-1} \end{pmatrix} = \mathbf{L}_M\, \mathbf{U}_M, \text{ donde: } diag(\mathbf{L}_M) = \begin{pmatrix} \mathrm{a}_{M1}^{-1} \\ \mathrm{a}_{M2}^{-1} \\ \vdots \\ \mathrm{a}_{Mn}^{-1} \\ \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}}^{-1} \end{pmatrix} \quad \text{(A.14)}$$

Si se calcula el determinante en ambos miembros de (A.11) y de (A.12) haciéndolo de la siguiente manera:

i. remplazando las matrices del lado izquierdo por sus expresiones (A.13) y (A.14) y

ii. usando para las matrices particionadas del lado derecho la fórmula: $det\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = det(A_{11})det(A_{22}^{-1} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12})$

donde las sub – matrices sobre la diagonal principal son no singulares, se obtiene:

$$det\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1\,n} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}} \end{pmatrix} det(\mathbf{L}_X\, \mathbf{U}_X) = det\left(\mathbf{I} - \mathring{\mathbf{S}}_{\mathrm{B}}\right) det\left(1 - \mathring{\mathbf{s}}'_{\mathrm{RMB}}\left(\mathbf{I} - \mathring{\mathbf{S}}_{\mathrm{B}}\right)^{-1} \mathring{\mathbf{s}}_{\mathrm{BRM}}\right) \quad \text{(A.15)}$$

$$det(\mathbf{L}_M\, \mathbf{U}_M) det\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}} \end{pmatrix} = det\left(\mathbf{I} - \mathring{\mathbf{T}}_{\mathrm{B}}\right) det\left(1 - \mathring{\mathbf{t}}'_{\mathrm{RMB}}\left(\mathbf{I} - \mathring{\mathbf{T}}_{\mathrm{B}}\right)^{-1} \mathring{\mathbf{t}}_{\mathrm{BRM}}\right) \quad \text{(A.16)}$$

El valor de los productos de los determinantes:

$$det\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{X\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{X\mathrm{RM}} \end{pmatrix} det(\mathbf{L}_X) \quad \text{y} \quad \mathrm{det}(\mathbf{L}_M) det\begin{pmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{M\mathrm{B}} & \mathbf{0}_{n,1} \\ \mathbf{0}_{1,n} & \mathrm{a}_{M\mathrm{RM}} \end{pmatrix}$$

es uno. Obsérvese que por construcción los elementos de la diagonal de las matrices triangular inferiores son los inversos de aquellos de las matrices diagonales por las que están multiplicados.

Las matrices $\mathbf{I}-\mathbf{S}^{\circ}$, $\mathbf{I}-\mathbf{T}^{\circ}$, $\mathbf{I}-\mathbf{S}^{\circ}_{\mathrm{B}}$ y $\mathbf{I}-\mathbf{T}^{\circ}_{\mathrm{B}}$ son del tipo de Leontief y sus determinantes están entre 0 y 1 (Miyazawa, 1976: 15). En consecuencia:

— $det\left(1-\mathbf{s}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}}\left(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{\circ}_{\mathrm{B}}\right)^{-\mathbf{1}}\mathbf{s}^{\circ}_{\mathrm{BRM}}\right)$ y $det\left(1-\mathbf{t}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}}\left(\mathbf{I}-\mathbf{T}^{\circ}_{\mathrm{B}}\right)^{-1}\mathbf{t}^{\circ}_{\mathrm{BRM}}\right)$, también están en dicho intervalo abierto;

— $det(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{\circ})=det(\mathbf{I}-\mathbf{T}^{\circ})$ y $det\left(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{\circ}_{\mathrm{B}}\right)=det\left(\mathbf{I}-\mathbf{T}^{\circ}_{\mathrm{B}}\right)$ porque las matrices son similares por construcción.

Los determinantes de las expresiones anteriores se denotan:

— $\sigma=det\left(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{\circ}_{\mathrm{B}}\right)$ y $\sigma^{c}=det\left(1-\mathbf{s}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}}\left(\mathbf{I}-\mathbf{S}^{\circ}_{\mathrm{B}}\right)^{-\mathbf{1}}\mathbf{s}^{\circ}_{\mathrm{BRM}}\right)$, correspondiente a las matrices complementarias por las exportaciones;

— $\tau=det\left(\mathbf{I}-\mathbf{T}^{\circ}_{\mathrm{B}}\right)$ y $\tau^{c}=det\left(1-\mathbf{t}^{\circ\prime}_{\mathrm{RMB}}\left(\mathbf{I}-\mathbf{T}^{\circ}_{\mathrm{B}}\right)^{-1}\mathbf{t}^{\circ}_{\mathrm{BRM}}\right)$, correspondiente a las complementarias por las importaciones;

—

— $\mathcal{u}_{X}=det(\mathbf{U}_{X})$ y $\mathcal{u}_{M}=det(\mathbf{U}_{M})$, correspondiente a matrices que provienen de las composiciones de las exportaciones y las importaciones respecto a sus totales respectivos y de las medidas de apertura de todos los países.

Mediante esta notación, las expresiones (A.15) y (A.16) se escriben: $\mathcal{u}_{X}=\sigma\sigma^{c}$ y $\mathcal{u}_{M}=\tau\tau^{c}$. El índice sistémico global de integración que es: $ISI^{global}=1-\sigma^{1/n}$, resulta ser la siguiente función:

$$ISI^{global}=1-\left[\frac{\mathcal{u}_{X}}{\sigma^{c}}\right]^{\frac{1}{n}}=1-\left[\frac{\mathcal{u}_{M}}{\tau^{c}}\right]^{\frac{1}{n}}$$

$\mathcal{u}_{X}^{1/n}$ y $\mathcal{u}_{M}^{1/n}$ son funciones no lineales de las aperturas respectivas. Esta relación se verá claramente haciendo el cálculo indicado. [3]

La integración sistémica del bloque es el resultado conjunto y no lineal tanto de relaciones entre las aperturas de los países como de las composiciones intra bloque y extra bloque (o del resto del mundo) que tienen dichas aperturas.

Los determinantes σ^{c} y τ^{c} resultan de las relaciones complementarias que tiene el bloque con el resto del mundo. Si se observa la expresión de cada determi-

[3] Calcular $\mathcal{u}_{.}^{1/n}$ para una matriz de $(3,3)$ con $= X$ ó M.

nante se verifica que lo que el bloque le vende (compra) al resto del mundo repercute directa e indirectamente sobre lo que el resto del mundo le vende (compra) al bloque.

En conclusión, los indicadores ISI^{global} y a_1 miden distintos fenómenos. ISI^{global} capta las relaciones intra – bloque y de los países del bloque con el resto del mundo tanto por la demanda como por la oferta. a_1 muestra las relaciones de un sólo país con el resto del mundo en términos de una razón de cantidades de demanda y oferta externas respecto a la demanda (oferta) global. Las aperturas de los países repercuten de manera distinta, según los canales de venta o de compra, sobre la integración. Esa conexión es de todos los países con el bloque y de su indicador de apertura, mediante un vínculo no lineal, con el índice de integración.