



ESTUDIOS ECONOMICOS

Vol. X (N. S.)

Enero-Diciembre 1994

N° 23/24

META-RACIONALIDAD Y EQUILIBRIO GENERAL

1. Introducción

El comportamiento de los agentes económicos determina el resultado global de la economía. Si se acepta que el marco institucional en el que actúan es el de *competencia perfecta* surge inmediatamente el problema de la existencia de un *equilibrio económico general*, es decir un sistema de precios que hace consistentes entre sí las decisiones de todos los agentes. Celebradas demostraciones de su existencia y optimalidad fueron provistas partiendo de supuestos muy simples acerca de la naturaleza de los conjuntos de preferencias de los consumidores y de los conjuntos tecnológicos de las firmas. La característica particularmente requerida -cuando tratamos con economías puras de intercambio, como se hará en este trabajo- es la convexidad de los conjuntos de preferencia, de forma de asegurar la existencia de un punto en el que sean tangentes a los hiperplanos que corresponden a las respectivas restricciones presupuestarias. Se demuestra que existe un sistema de precios

en el que el conjunto de los puntos de tangencia resulta una asignación de equilibrio [Arrow-Hahn 71] [Debreu 59]. Si se quiere extender este análisis a situaciones en las que la caracterización de los agentes no obedece al supuesto de convexidad de los conjuntos preferidos, las demostraciones usuales, basadas justamente en la teoría de los cuerpos convexos, no se siguen. En dichas extensiones se hace necesario, entonces, recurrir a otros medios de análisis para probar la existencia de equilibrio.

Particularmente interesante resultaría una consideración acerca de cómo el conocimiento de los agentes sobre el resultado potencial de sus decisiones puede influir en ellas, de manera que la economía se vuelva "autorreferente". Esto tendría por consecuencia la posibilidad de considerar el funcionamiento de la economía como una resultante del comportamiento *meta-racional* de los agentes. Un proceso por el cual los agentes aprendiesen de sus acciones anteriores resultaría una consecuencia y a la vez un determinante de la evolución del sistema. La noción de equilibrio debería naturalmente extenderse a este esquema, de manera tal que se haga factible probar su existencia y sus relaciones con nociones de optimalidad de la asignación de recursos. Frente a este problema, más de una vez se ha propuesto su tratamiento en un marco institucional distinto al competitivo (argumentándose inclusive que la noción de equilibrio resultaría irrelevante [Kaldor 74]), en el que los precios y las cantidades están fijos o que algunos agentes tienen poder de fijación de precios [Malinvaud-Younés 77].

Sin embargo, para extender el concepto de equilibrio a contextos donde el comportamiento de los agentes se deriva no sólo de sus preferencias individuales sino también de su conocimiento acerca de las consecuencias de las acciones individuales, antes que abandonar el supuesto de competencia perfecta conviene analizar la forma en que se determina dicho comportamiento. Las decisiones tomadas por los agentes en una economía han sido siempre discutidas suponiendo la racionalidad de estos últimos. Esta característica es la que garantiza que los agentes puedan hacer elecciones consistentes. Formalmente, cada agente maximiza una función que representa su objetivo, sujeto a restricciones presupuestarias o tecnológicas, sin tomar en cuenta ni las acciones de los demás agentes ni las consecuencias de sus propias decisiones. Mediante teoremas de punto fijo (cfr. teorema de Kakutani) se demuestra que, dada la convexidad del conjunto de oportunidades de cada agente, existe un vector de precios para el cual todos los excesos de demanda - determinados a partir de las elecciones individuales - se anulan. Dicho vector de precios, junto con la asignación de recursos asociada al mismo es un equilibrio de la economía. Cuando una economía está en equilibrio el sistema

de precios no puede ser modificado por la acción de ninguno de los agentes, siendo ésta la característica saliente de los mercados competitivos. Adicionalmente se demuestra que dadas las demandas y las ofertas que se derivan ningún agente puede mejorar su posición sin empeorar la de otro, lo que da una característica de optimalidad - en el sentido de Pareto - al equilibrio competitivo.

El esquema anterior es a la vez simple y rico en resultados, resultando difícil tratar de modificarlo sin perder ya sea la propiedad de existencia o la de optimalidad del equilibrio. El camino de analizar el equilibrio general en algunos marcos distintos (e.g., competencia monopolística [Negishi 60], rigideces de precios [Benassy 76]) ha dado lugar a resultados muy interesantes. Aquí se propondrá la vía de redefinir la fuente del comportamiento económico, la *racionalidad* de los agentes. Se intentará proveer una extensión de la teoría del equilibrio general para abarcar el comportamiento de los agentes cuando se supone que tienen conocimiento acerca del resultado global obtenido a partir de las decisiones individuales.

El objetivo de este trabajo es, entonces, dar una caracterización más amplia del concepto de *racionalidad* y a partir de ella, una noción de *comportamiento meta-racional* de los agentes económicos. En este esquema los consumidores se caracterizan por actuar como "egoístas informados", a diferencia de lo que ocurre en la presentación usual en la que los individuos son ciegos a las consecuencias de sus elecciones. Se admitirá entonces, como una de las características fundamentales del comportamiento económico la actitud estratégica de considerar las consecuencias de las acciones para determinar un ordenamiento preferencial de las mismas. Esto significa que las elecciones de cada agente dependerán del resultado global del mercado de manera que el ordenamiento preferencial entre acciones posibles resultará endógeno al mismo. En este sentido se puede decir que existe un efecto autorreferencial por el cual el nivel global, que depende del individual, determina a este último.

En la próxima sección discutiremos más extensamente las motivaciones de este trabajo, comentando el estado actual de la teoría económica en los puntos relacionados con el problema esbozado más arriba.

2. Racionalidad y ordenes parciales de preferencias

El problema de redefinir la noción de comportamiento racional involucra caracterizar el proceso de toma de decisiones asociado con la nueva noción. En efecto, todo agente puede considerarse racional si de cualquier conjunto de alternativas, mediante un criterio apropiado, elige la “mejor” de todas. Esto significa que de acuerdo al criterio de preferencia al que obedece ordena todas las alternativas y elige las maximales entre ellas [Sen 90]. Resulta natural considerar que el comportamiento de los consumidores y de las firmas es racional en el sentido antedicho, y de hecho, toda la tradición teórica en Economía ha aceptado este supuesto [Pareto 06].

Sintéticamente podría decirse que todo agente es racional al tener que elegir alguna(s) alternativa(s) de un conjunto S si puede determinar una relación binaria P sobre el mismo, de manera tal que su elección consistirá en el subconjunto de las alternativas maximales según P . Esta relación se considera un ordenamiento preferencial y las elegidas son las opciones más preferidas [Fishburn 89].

En Economía se suele introducir una representación del comportamiento racional mediante funciones sobre los conjuntos de alternativas, llamadas funciones de utilidad. Las mejores opciones en un problema de decisión dado se obtienen maximizando la función de utilidad correspondiente. La existencia de una función tal, con las propiedades que permiten la determinación de un máximo se prueba equivalente a que la relación preferencial a la que corresponde sea lo que se denomina un orden débil. Esto implica que la relación derivada “tan preferida como” debe ser transitiva y conectada. Buena parte de la teoría económica actual se ha derivado suponiendo que los consumidores pueden ordenar débilmente las canastas de mercancías disponibles en la Economía. Evidentemente tal enfoque resulta muy útil, como lo evidencia la abundancia de resultados que se pueden derivar a partir de tan simple hipótesis [Arrow-Hahn 71], [Debreu 59].

La presentación anterior, sin embargo, adolece de ciertas limitaciones de orden lógico. En efecto, la noción de preferencia es de naturaleza intencional y no extensional, a diferencia de las de uso frecuente en economía (mercancía, precio, etc.). Como se dice en Lógica, es *referencialmente opaca* pudiendo adoptar más de un significado, dependiendo del contexto [Stigum 91]. Digamos que, dadas dos alternativas, la relación derivada de indiferencia puede significar que efectivamente da lo mismo optar por cualquier par de opciones como que es imposible compararlas entre sí. La

representación de la racionalidad mediante ordenamientos débiles no capta dicho matiz [v. Wright 90].

Otro inconveniente con la representación usual de la racionalidad aparece cuando se quiere agregar preferencias. Un resultado deseable es que una noción tan fundamental como la de racionalidad se pueda aplicar en forma independiente de la naturaleza de la entidad que se supone racional. Para la teoría económica como para las ciencias sociales en general, suponer entidades racionales puede significar individuos o agregados de agentes (firmas, gobiernos, etc.). Sabido es que el teorema de imposibilidad de Arrow muestra que la agregación de preferencias débiles, de acuerdo a principios muy sencillos, no provee un ordenamiento colectivo débil de alternativas. Esto significa que la representación mediante ordenamientos débiles no es invariante a escala [Brown 74].

Tanto la explicitación de la doble significación de la relación de indiferencia como la invarianza a escala se logran considerando ordenamientos preferenciales parciales [Fishburn 89].

Definición 1 \prec es un orden parcial si

- $\forall a \in S, a \not\prec a$ (irreflexividad)
- $\forall a, b, c \in S, a \prec b \wedge b \prec c \Rightarrow a \prec c$ (transitividad)

En efecto, tanto la indiferencia propiamente dicha como la incomparabilidad quedan representadas en este esquema y además, como ha sido demostrado, la agregación de ordenamientos preferenciales parciales provee - en las condiciones del teorema de Arrow - un ordenamiento colectivo parcial [Sen 86]¹.

Un inconveniente de considerar ordenamientos preferenciales parciales es que puede no existir una función de utilidad. El siguiente teorema de representación (una extensión de un resultado de Peleg [Peleg 70]) permite salvar esta dificultad mediante la adición de unas condiciones muy simples sobre el ordenamiento preferencial cuando el conjunto de opciones constituye un espacio topológico:

Teorema 1 Si S

- *es un conjunto numerable o*
- *un espacio topológico no numerable ordenado por \prec , un ordenamiento parcial continuo, separable y espacioso, existe una función a valores reales U sobre S tal que $a \prec b \Rightarrow U(a) < U(b)$; siendo en el segundo caso continua*

3. Equilibrios en la economía

Las condiciones del teorema anterior se cumplen trivialmente en los espacios discretos de algunas versiones de la teoría de la decisión y en los espacios euclídeos de la teoría del consumidor. Con la aplicación del teorema se gana en capacidad de representación pero se pierde sin embargo una propiedad fundamental en la teoría del consumidor, la cuasi-concavidad de las funciones de utilidad y por consiguiente la convexidad de los conjuntos superiores de preferencias (esto no ocurre así cuando se consideran preferencias no ordenadas [Mas-Colell 74]) [Peleg 70, Thomé 92]. Conocido es el tratamiento, a partir del teorema de Shapley-Folkman, del problema de las no-convexidades. Suponiendo que los conjuntos de preferencias de los consumidores son no convexos, se pueden tomar las cápsulas convexas de los mismos. Se demuestra así que existe un cuasi-equilibrio en la economía y que la discrepancia entre este elemento y otro que pertenezca a la unión de los conjuntos de preferencia originales tiene una cota independiente del número de consumidores en la economía. Se concluye entonces que si el número de agentes tiende a infinito el cuasi-equilibrio tiende a ser una asignación de equilibrio propiamente dicho. En otras palabras, el número grande de consumidores tiene la propiedad de "convexificar" a la economía [Starr 69]. En este trabajo se considerará un número finito de consumidores por lo que la línea de ataque al problema de la no cuasi-concavidad de la función de utilidad debe diferir de la antedicha.

Un breve repaso a algunos teoremas fundamentales de la teoría del equilibrio general muestra que los problemas más importantes derivados de considerar no-convexidades en los conjuntos de preferencias para una economía pura de intercambio - con precios dados - son los siguientes

[Thomé 93] :

- Vale el Primer Teorema de la Economía del Bienestar pero no el Segundo. Es decir , que una asignación de equilibrio va a ser óptima en el sentido de Pareto, pero no se puede demostrar que existe algún sistema de precios que haga válida la conversa.
- No se puede aplicar la demostración usual de existencia de equilibrio competitivo .

Dado que se pretende determinar la existencia de un equilibrio y su optimalidad en dicha economía y los argumentos tradicionales no se pueden aplicar, una alternativa consiste en considerar a la economía como representada por un juego no-cooperativo :

Definición 2 Para cada consumidor i consideremos $S^i = \{ x_i^0 \}$ donde cada x_i^0 , $j = 1, \dots, J_i$ es una solución al problema del consumidor dados p , w_i (el sistema de precios y su dotación inicial).

Definición 3 Una economía de intercambio puede definirse como un juego $\Gamma = ((S_i)_{i=1}^n, g)$ donde cada S_i , definido como arriba, es el conjunto de "estrategias" del consumidor i , mientras que g es una función de pagos definida como $g : \prod_{i=1}^n S_i \rightarrow R^n$ tal que para cualquier $(x_1^0, \dots, x_n^0) \in \prod_{i=1}^n S_i$, $g(x_1^0, \dots, x_n^0) = (U_1(x_1^0), \dots, U_n(x_n^0))$ donde U_i es la utilidad del agente i

En este juego el conjunto de estrategias posibles para cada consumidor consiste en el conjunto de canastas maximales, mientras que la función de pago provee para cada producto de estrategias individuales el vector de utilidades correspondientes. Se plantea entonces un *problema de segundo orden* para el consumidor, que consiste en la determinación de un único vector de demanda que provea un equilibrio *factible* al juego.

Si suponemos que existe algún vector factible de asignaciones conviene definir, para cada consumidor, un ordenamiento de segundo orden de las alternativas maximales y un nuevo juego a partir del anterior, en el que las funciones de pago reemplacen las utilidades de primer orden por las de segundo orden que definimos a continuación :

Definición 4 Para cada consumidor i , $U'_i : \prod_{i=1}^n S_i \rightarrow \mathbb{R}$ se refiere

$$U'_i(x) = \begin{cases} U_i(x_i) & \text{si } \sum_{i=1}^n x_j \leq w \\ -\infty & \text{si no} \end{cases}$$

En este caso, un equilibrio de Nash, que existe si los individuos se manejan con información perfecta ([Kuhn 53]), puede llegar a ser Pareto mejorado por otra asignación. Esta situación, al estilo del dilema del prisionero puede tratarse como un problema de Newcomb bilateral - entre el consumidor y el resto de los agentes - [Brams 75]. Un principio de elección que puede ser seguido es [Hurley 91] :

- Maximización de la bondad de las noticias: la información relevante puede representarse mediante probabilidades bayesianas del tipo “la probabilidad de que la comunidad haga B dado que yo hago A es ...”

Suponemos que la regla de comportamiento seguida enfatiza un comportamiento condicionalmente cooperador, al estilo de la estrategia TIT-FORTAT para el dilema del prisionero iterado (“yo te ayudo si me ayudas, si no, te castigo hasta que me vuelvas a ayudar”) [Axelrod 84, Mertens 86] :

Definición 5 Cooperación condicional : *el jugador 1 elegirá la asignación Pareto-mejoradora si predice que el jugador 2 hará lo mismo. Si no, elegirá el equilibrio de Nash.*

Entonces resulta que la maximización de la bondad de las noticias provee la solución paretiana:

Proposición 1 *Si la regla de elección seguida por el consumidor y por la comunidad es la Cooperación condicional el criterio de maximización de la bondad de las noticias provee como solución para Γ^c la asignación que no es equilibrio de Nash x^2 la cual Pareto mejora a x^1 .*



Vamos a suponer que las demandas individuales son tales que verifican que el efecto total del cambio de precios es *negativo* :

Definición 6 Dado $x_i^1 \in x_i(p_1) \exists x_i^2 \in x_i(p_2)$ tal que $(p_1 - p_2) \bullet (x_i^1 - x_i^2) \leq 0$, donde $x_i(\cdot)$ es la correspondencia de demanda del consumidor i -ésimo, $p_1, p_2 \in S^+$, el simplex de los precios y $p_1 \neq p_2$

Entonces se demuestra que existe un *equilibrio de segundo orden* utilizando una variante del teorema de punto fijo de Tarski [Tarski 55], [Davey-Priestley 91] :

Proposición 2 Sea A un reticulado completo, f una correspondencia, $f: A \rightarrow A$ tal que $\forall s \in A, \exists \xi \in f(s), \xi \succeq s$. Entonces $\exists a^* \in A, a^* \in f(a^*)$

La aplicación de este resultado es directa, dado que cualquier sendero monótono de ajuste de precios forma un reticulado y que la correspondencia que provee dichos ajustes es monótona creciente (por las propiedades de las correspondencias de demanda). Se concluye entonces que existe un sistema de precios al que no se producen más ajustes (el punto fijo) y se demuestra que a esos precios los excesos de demanda son nulos, es decir se trata de un equilibrio general.

Si se quiere contar con un análogo al Segundo Teorema de Bienestar (para que un óptimo de Pareto provea un equilibrio de segundo orden) se requiere una condición adicional, que es la que permite que la cooperación condicional provea una solución : conocimiento común de las probabilidades bayesianas de comportamiento de los agentes en la economía :

Definición 7

- Todos los consumidores siguen la regla de Cooperación condicional modificada : cada consumidor i elegirá la demanda $x_i \in S_i$ que haga máxima la probabilidad conjunta de la asignación factible $(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$ que Pareto-mejora a cualquier otra asignación
- $\forall i, j, x_i \in S_i, x_j \in S_j, \text{prob}(x_j), \text{prob}(x_i/x_j)$ es conocimiento común entre todos los consumidores. Esto es, todos conocen dichas probabilidades, saben que los demás las conocen, saben que los demás conocen este hecho, ..., etc. [Werlang 90]

- *La distribución de probabilidad conjunta obtenida de las probabilidades individuales, $\text{prob}(x_1, \dots, x_n)$ es una función estrictamente cóncava*

4. Computabilidad de equilibrios

En el esquema anterior parece evidente que conocimiento perfecto, ordenamientos parciales de preferencias, conocimiento común de las probabilidades bayesianas y un meta-ordenamiento de las alternativas maximales caracterizan lo que se denominará un comportamiento "meta-racional". Queda claro que si los agentes siguen este comportamiento, la economía exhibirá una característica de autorreferencia. En efecto, dado que el comportamiento global de la economía es resultado de la interacción entre todos los agentes económicos y que el comportamiento meta-racional de estos últimos requiere, como precondition, conocimiento acerca del resultado de las acciones, debe existir un bucle causal entre información y comportamiento.

Conocidos son los problemas que plantea la autorreferencia como fenómeno de mezcla de niveles. Los Teoremas de Incompletitud de Gödel muestran que hasta en un sistema formal tan elemental como la aritmética, existen enunciados válidos para los cuales no se pueden proveer demostraciones. Afortunadamente no ocurre algo análogo para la toma de decisiones metarracionales, aunque es cierto que la metarracionalidad como modelo de comportamiento de los agentes económicos exhibe demasiada sensibilidad a las creencias de los agentes. Dado que la utilización de información resulta fundamental para la demostración de existencia de soluciones a los problemas planteados se hace necesario verificar que los equilibrios de segundo orden se pueden obtener en forma *efectiva*, i.e. que son computables. Para ello se provee una caracterización de autómatas que operan espacios reales (autómatas de dos niveles):

Definición 8 *Un autómata de dos niveles se define mediante la n -upla $(IO_1, IO_2, M, K_1, K_2, \delta_1, \delta_2, q_0, F_1, F_2)$ donde :*

- IO_1 es un conjunto de expresiones de entrada-salida
- IO_2 es otro conjunto de expresiones de entrada-salida
($IO_1 \subseteq IO_2$)
- M es un conjunto finito de operaciones de memoria

- K_1 es un conjunto finito de estados internos
- K_2 es otro conjunto finito de estados internos
- $\delta_1 : IO_1 \times K_1 \rightarrow K_1 \times M \times IO_1$ es una función de transición de estados
- $\delta_2 : IO_2 \times K_2 \rightarrow K_2 \times M \times IO_2$ es otra función de transición de estados
- q_0^1 es el estado inicial en K_1
- $F_1 \subset K_1 \cap K_2$ es el conjunto de estados finales en la etapa 1 y estados iniciales en la etapa 2
- $F_2 \subset K_2$ es el conjunto de estados finales

Se muestra que todo consumidor meta-racional puede representarse mediante este tipo de autómatas :

Definición 9 Un consumidor meta-racional i puede representarse mediante el autómata de dos niveles $C_i = (IO_1, IO_2, K_1, K_2, M, \delta_1, \delta_2, q_0^1, F_1, F_2)$ donde :

- $IO_1 = \{ (U_i, X_i, w_i), p \}$
- $IO_2 = \{ \varepsilon, \{ \text{prob}_i \}_{i=1, p}^n \}$
- $K_1 = \{ \text{estados internos correspondientes al cálculo que hace } i \text{ de las elecciones maximales de "primer orden"} \}$
- q_0^1 es el estado interno que indica la disposición a resolver el problema de elección
- $K_2 = \{ \text{estados internos correspondientes a la evaluación de las elecciones maximales de "segundo orden"} \}$
- $F_1 = \{ \text{estados finales para el problema de primer orden} \}$
- $F_2 = \{ \text{estados finales para el problema de segundo orden} \}$
- δ_1 es el procedimiento de cálculo de elecciones maximales (el Paso 1 del algoritmo δ aplicado sólo a U_i)
- δ_2 es el procedimiento de cálculo de elecciones de segundo orden:

Paso 1: Cálculo de los maximales de las utilidades $\{U_j\}_{j \neq i}$
a los precios p . Se obtienen los conjuntos $\{S_j\}_{j \neq i}$

Paso 2: Entrada del resultado de δ_i (más los datos obtenidos en el Paso 1'). Se obtiene el conjunto S_i

Paso 3: Asignación de valores de utilidad de segundo orden a los elementos de $\Pi_i S_i$

Paso 4: Si existen elementos con utilidad de segundo orden positiva en $\Pi_i S_i$, entonces asignarles probabilidades conjuntas sino Paso 6

Paso 5: Elección del elemento de $\Pi_i S_i$ con mayor probabilidad conjunta

Paso 6: Fin

Se demuestra que una economía metarracional puede reducirse a una red de estos autómatas que alcanza su conjunto de estados finales "exitosos". Esto significa que dado un autómata modificador de precios, el sistema va a llegar a un estado en que todos los autómatas hayan alcanzado su estado final con éxito.

5. Conclusiones

Muchos de los resultados expuestos en este trabajo dependen fuertemente de los supuestos acerca de la información que manejan los consumidores en una economía pura de intercambio en la que sus preferencias se ordenan parcialmente. Evidentemente el grado de conocimiento que se exige que los consumidores tengan de la economía requiere una ampliación de la definición de agente económico :

Definición 10 *Un agente económico i se dice meta-racional si*

1. su ordenamiento de preferencias \prec es parcial, del cual se deriva una función de utilidad U_i no necesariamente cuasiconcava y determina sus canastas más preferidas maximizando la utilidad en su conjunto presupuestario.
2. la correspondencia de demanda que deriva es monótonamente decreciente en los precios.
3. conoce las preferencias y las dotaciones de todos los demás agentes.
4. en consecuencia puede derivar una función de utilidad de

segundo orden, U_i a partir de la función de utilidad original

$$U_i(x) = \begin{cases} U_i(x_i) & \text{si } \sum_{i=1}^n x_i \leq w \\ -\infty & \text{si no} \end{cases}$$

donde x es una asignación de recursos en la economía

5. conoce $\text{prob}(x_j)$, $\text{prob}(x_k/x_j)$, para cualesquiera agentes j, k en la economía

6. sigue la regla de cooperación condicional modificada, es decir que elige la demanda x_i que hace máxima la probabilidad conjunta $\text{prob}(x_1 \wedge \dots \wedge x_i \wedge \dots \wedge x_n)$ correspondiente a la asignación Pareto-óptima (x_1, \dots, x_n)

Sin duda todos estos requisitos son demasiado restrictivos y evidentemente poco realistas. Sin embargo, en una primera aproximación no difieren sustancialmente del conjunto de datos que deben entrar en el conjunto de información de un agente que forma sus expectativas de acuerdo a la teoría de las Expectativas Racionales [Lucas 72], [Radner 82]. Por lo tanto, lo mismo que con las expectativas racionales, puede postularse un proceso de aprendizaje con características que aseguren la convergencia hacia la meta-racionalidad.

En relación a dicha dinamización del modelo, desarrollos posteriores deben plantear la posibilidad de que se produzca un reforzamiento en las creencias exitosas, a la manera de los fenómenos de "lock-in", propios de los procesos en que los estados estacionarios en la evolución de la economía tienden a mantenerse [Anderson 87].

Fernando Thomé
Departamento de Economía
Universidad Nacional del Sur

Notas

1 Esta conclusión también tiene enormes implicaciones en el campo de la Inteligencia Artificial, en el área de razonamiento con sistemas de información inconsistentes [Doyle 90].

Referencias

- [Anderson 87] Anderson, P., Arrow, K.(eds.) *The Economy as a Complex Evolving System*, Addison-Wesley, New York 1987.
- [Arbib-Manes 75] Arbib, M.A.- Manes, E.G. *Arrows, Structures and Functors : the Categorical Imperative*, Academic Press, New York 1975.
- [Arrow 51] Arrow,K. *Social Choice and Individual Values*, Wiley, New York 1951.
- [Arrow-Hahn 71] Arrow,K.- Hahn,F.H *General Competitive Analysis*, North-Holland, Amsterdam 1971.
- [Aumann 64] Aumann,R. Markets with a Continuum of Traders, *Econometrica* 39(1) enero 1964.
- [Aumann 64] Aumann,R. Agreeing to Disagree, *The Annals of Statistics* 4(6) septiembre-octubre 1976.
- [Axelrod 84] Axelrod,R. *The Evolution of Cooperation*, Basic Books, New York 1984.
- [Benassy 76] Benassy,J-P. The Disequilibrium Approach to Monopolistic Price Setting and General Monopolistic Equilibrium, *Review of Economic Studies* 43(1) enero 1976.
- [Blad-Keiding 90] Blad.M. - Keiding,H., *Microeconomics : institutions, equilibrium and optimality*, North-Holland, Amsterdam 1990.
- [Blum 89] Blum,L. - Shub, M. - Smale,S. On a Theory of Computation and Complexity over the Real Numbers, *Bulletin of the American Mathematical Society* 21(1) julio 1989.
- [Boolos-Jeffrey 74] Boolos,G. - Jeffrey,R. *Computability and Logic*, Cambridge University Press, Cambridge 1974.
- [Brams 75] Brams,S.J. Newcomb's Problem and Prisoners' Dilemma, *Journal of Conflict Resolution* 19(4) diciembre 1975.
- [Brown 74] Brown,D. An approximate solution to Arrow's Problem, *Journal of Economic Theory* 9(4) diciembre 1974.

- [Davey-Priestley 91] Davey,B.- Priestley,H. *Introduction to Lattices and Order*, Cambridge University Press, Cambridge 1991.
- [Debreu 59] Debreu,G. *Theory of Value*, Wiley, New York 1959.
- [Doyle 90] Doyle,J. Rationality and its Roles in Reasoning, *Proceedings AAAI-90*,1990.
- [Eilenberg 74] Eilenberg,S. *Automata, Languages and Machines*, Academic Press, New York 1974.
- [Fishburn 89] Fishburn,P.C. Human Decision Making and Ordered Sets, en *Algorithms and Order*, Rival,I. (ed.), Kluwer, Dordrecht 1989.
- [Friedman 86] Friedman,J. *Game Theory with Applications to Economics*, Oxford University Press, Oxford 1986.
- [Gale 55] Gale,D. The Law of Supply and Demand, *Mathematica Scandinavica* 3(2) abril 1955.
- [Gibbard-Harper 78] Gibbard,A. - Harper,W. Counterfactuals and two kinds of expected utility, en Hooker et al. (eds.) *Foundations and Applications of Decision Theory*, Reidel, Dordrecht 1978.
- [Grandmont 82] Grandmont,J-M. Temporary General Equilibrium, en *Handbook of Mathematical Economics* (vol II), Arrow,K. Intriligator,M. (eds.), North-Holland, Amsterdam 1982.
- [Hildenbrand 86] Hildenbrand,W. Equilibrium Analysis in Large Economies, *Proceedings of the Internacional Congress of Mathematicians*, Berkeley 1986.
- [Hildenbrand 88] Hildenbrand,W. - Kirman,A. *Equilibrium Analysis*, North-Holland, Amsterdam 1988.
- [Hurley 91] Hurley,S.L. Newcomb's Problem, Prisoners' Dilemma and Collective Action, *Synthese* 86(2) febrero 1991.
- [Kaldor 74] Kaldor,N. The Irrelevance of Equilibrium Economics, *Economic Journal*, diciembre 1972.
- [Kelley 55] Kelley,J. *General Topology*, Van Nostrand, N.Y. 1955.

- [Kuhn 53] Kuhn,H.W. Extensive games and the problem of information, en *Contributions to the Theory of Games* (vol II), Kuhn, H.W. - Tucker, A.W. (eds.), Princeton University Press, Princeton 1953.
- [Kusumoto 77] Kusumoto,S. Global Characterization of the Weak Le Chatelier-Samuelson Principles and its Application to Economic Behaviour, Preferences and Utility - "Embedding" Theorems, *Econometrica*, 45(8) noviembre 1977.
- [Lucas 72] Lucas,R. Expectations and the Neutrality of Money, *Journal of Economic Theory*, 4(1), febrero 1972.
- [Maclane 71] Maclane,S. *Categories for the Working Mathematician*, Springer Verlag, Berlin 1971.
- [Malinvaud-Younes 77] Malinvaud,E.- Younes,Y.A New Formulation for the Microeconomic Foundations of Macroeconomics, en *The Microeconomic Foundations of Macroeconomics*, Hartcourt,G.H. (de.), Macmillan, Londres 1977.
- [Mantel 68] Mantel,R. Toward a Constructive Proof of the Existence of Equilibrium in a Competitive Economy, *Yale Economic Essays* 8(1) marzo 1968.
- [Mas-Colell 74] Mas-Colell,A. An Equilibrium Existence Theorem without Complete or Transitive Preferences, *Journal of Mathematical Economics* 2(3) octubre 1974.
- [Mertens 86] Mertens,J-F. Repeated Games, *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Berkeley 1986.
- [Nagel 61] Nagel,E. *The Structure of Science*, Harcourt, Brace and World, New York 1961.
- [Negishi 60] Negishi,T. Monopolistic Competition and General Equilibrium, *Review of Economic Studies* 28 1960-61.
- [Pareto 06] Pareto,V. *Manuel d'Economie Politique*, Marcel Giard, Paris 1906.
- [Peleg 70] Peleg,B. Utility Functions for Partially Ordered Topological Spaces, *Econometrica* 38(1) enero 1970.
- [Radner 82] Radner,R. Equilibrium under Uncertainty, en *Handbook of Mathematical Economics* (vol. II), Arrow,K.- Intriligator,M. (eds.), North-Holland, Amsterdam 1982.

- [Rapoport 66] Rapoport, A. *Two Person Game Theory*, University of Michigan Press, Ann Arbor 1966.
- [Reiter 77] Reiter, S. Information and Performance in the (New)² Welfare Economics, *American Economic Review* 67(1) febrero 1977.
- [Sen 86] Sen, A. Social Choice Theory, en *Handbook of Mathematical Economics* (vol. III), Arrow, K.- Intriligator, M. (eds.), North-Holland, Amsterdam 1986.
- [Sen 90] Sen, A. Rational Behaviour, en *Utility and Probability*, Eatwell, J.- Milgate, M.- Newman, P. (eds.), Macmillan Press, Londres 1990.
- [Starr 69] Starr, R. Quasi-equilibria in Markets with Nonconvex Preferences, *Econometrica* 37(1) enero 1969.
- [Starret 72] Starret, D. Fundamental Nonconvexities in the Theory of Externalities, *Journal of Economic Theory* 4(2) mayo 1972.
- [Stigum 91] Stigum, B. *Toward a Formal Science of Economics*, MIT Press, Cambridge 1991.
- [Tarski 55] Tarski, A. A Lattice-theoretical Fixpoint Theorem and Its Applications, *Pacific Journal of Mathematics* 5(2) junio 1955.
- [Thom 75] Thom, R. *Structural Stability and Morphogenesis*, Benjamin, Reading 1975.
- [Thomas 85] Thomas, L.C. *Games, Theory and Applications*, Ellis Harwood, Chichester 1985.
- [Thomé 92] Thomé, F. Partial Preferential Orderings and Rationality, *Anales de la XXVII reunión anual de la AAEP*, 1992.
- [Thomé 93] Thomé, F. Consumer Choice in a Pure Exchange Economy, *Anales del XII Latin-American Meeting de la Econometric Society*, 1993.
- [Wald 51] Wald, A. On Some Systems of Equations of Mathematical Economics, *Econometrica* 19(3) 1951.
- [Werlang 90] ,da Costa Werlang, S. Common Knowledge, en *Game Theory*, Eatwell, J.- Milgate, M. - Newman, P. (eds.), Macmillan Press, Londres 1990.

[v. Wright 63] Wright, G.H. von. *The Logic of Preference*, Edinburgh University Press, Edinburgh 1963.

[v. Wright 90] Wright, G.H.v. Preferences, en *Utility and Probability*, Eatwell, J.-Milgate, M.- Newman, P. (eds.), Macmillan Press, Londres 1990.

[Yasuhara 71] Yasuhara, A. *Recursive Function Theory and Logic*, Academic Press, N.Y. 1971.

[Zangwill 67] Zangwill, W. *The Piecewise Concave Function*, Management Science 13(11) julio 1967.